Physique pour tous

Cours 8 : *Mécanique Quantique I*

Antoine Tilloy [*] [†]

Résumé

Notes [1] du premier cours de mécanique quantique. On y parle des ondes en général et de l'expérience des fentes d'Young.

1 Introduction

1.1 Quelques longues précautions oratoires

Avant de commencer cette série de 4 cours sur la mécanique quantique, il me semble nécessaire de donner quelques avertissements :

1. La mécanique quantique est difficile car abstraite et sans ontologie. La difficulté est mathématique *et* philosophique
2. Ce que prédit la mécanique quantique ne fait pas débat mais ce que la mécanique quantique dit du monde fait débat.
3. Je ne suis pas neutre dans ce débat.

La mécanique est difficile à introduire à un public qui connaît peu de mathématiques car elle est traditionnellement formulée de manière très abstraite. Cette formalisation très mathématisée permet de passer sous le tapis les subtilités philosophiques de la théorie et de réduire les difficultés à du calcul. En quatre cours il ne sera pas possible d'arriver à faire des calculs, mais l'espoir est que les infinies confusions qu'il y a autour de cette théorie soient dissipées.

La tâche est d'autant plus difficile que les physiciens eux mêmes ont souvent des idées très confuses sur ce que dit vraiment la mécanique quantique et sur les changements de paradigmes qu'elle impose ou est supposée imposer. Ce qui fait que la mécanique quantique est particulièrement subtile, c'est qu'elle ne contient pas d'ontologie dans son formalisme. La théorie ne dit pas de quoi est constitué le monde, elle ne parle que de ce que l'on peut en observer ; les équations elles mêmes servent à calculer des probabilités de résultat de mesure et ne mentionnent pas la réalité. On aura l'occasion d'y revenir, mais en un certain sens la mécanique quantique est la théorie le plus positiviste qui existe. Dès que l'on propose une explication, que l'on dit ce qui se passe *vraiment* entre deux mesures, alors on sort de la mécanique quantique orthodoxe et on entre dans le monde des interprétations. Les prédictions de la mécanique quantique ne font pas débat, elles sont vérifiées avec une précisions remarquable, mais ce que dit la mécanique quantique du monde est toujours le sujet de vives controverses. Il y a une multiplicité d'interprétations possibles et c'est en général ces interprétations qu'on discute lorsque l'on vulgarise la mécanique quantique. Beaucoup d'affirmations sur la mécanique quantique (existence d'un chat mort et vivant par exemple) dépendent en fait de l'interprétation et ne sont pas précisées par le formalisme orthodoxe.

De manière intéressante, les interprétations préférées des physiciens ne sont pas celles choisies par les philosophes sérieux. Dans ce débat je pense que la majorité des physiciens

---

[*]Laboratoire de Physique Théorique, École Normale Supérieure, Paris

[†]contact : `tilloy@lpt.ens.fr`; page : `www.phys.ens.fr/~tilloy`

1. Dernière modification : 4 décembre 2015

se trompe en favorisant des interprétations inutilement ésotériques [2] du formalisme là où les philosophes, privilégiant le rasoir d'Occam ontologique, choisissent en majorité la sobriété. Ma neutralité est à peu près nulle puisque j'ai moi même écrit un papier sur une des interprétations. Conscient de ce biais, je pense que la meilleure chose à faire est de présenter le formalisme orthodoxe sans interprétation, de la manière la plus pure possible, pour que le lecteur puisse se faire une idée de l'utilisation que l'on fait de la théorie en pratique. Je discuterai les interprétations uniquement au dernier cours en m'étendant d'avantage sur celles qui ne font pas d'affirmations grandiloquentes. Cela risque de diminuer un peu le folklore qu'il peut y avoir autour de la théorie mais ce n'est pas forcément un mal.

1.2 Plan des cours

Il existe principalement deux manières d'introduire le formalisme de la mécanique quantique. La première est de commencer par la mécanique ondulatoire, c'est à dire de présenter la mécanique quantique en insistant sur l'analogie avec les ondes. C'est la voie qui a été suivie historiquement par de Broglie et Schrödinger par exemple. On obtient alors une théorie de la matière que l'on peut partiellement relier à l'intuition. La seconde possibilité, que l'on considère en général plus moderne, est de démarrer par la mécanique quantique abstraite, algébrique, qui met l'accent dès le départ sur le discret et sur les bizarreries quantiques comme le spin. C'est la voie suivie historiquement par Heisenberg et sa mécanique matricielle et qui a inspiré la formalisation de Von-Neumann. Le cours «pour physiciens» de l'école adopte la deuxième approche par exemple. Pour des étudiants qui ont un niveau de connaissances en mathématiques limité, il semble que la première approche soit malgré tout préférable. En général, même quand on démarre avec la mécanique ondulatoire, on finit en général par introduire la formalisation abstraite à la Von-Neumann. Néanmoins, et pour avoir à utiliser le minimum de formalisme, nous allons pousser le plus loin possible l'approche ondulatoire en n'abordant presque pas la version algébrique [3].

Comme nous allons nous appuyer sur l'analogie avec les ondes, la première chose à faire est d'introduire sur quelques exemples ce que sont les ondes et comment elles se comportent. On s'intéressera ensuite en détails à l'expérience des fentes d'Young qui met en évidence de manière particulièrement frappante la dualité onde-corpuscule de la matière, i.e. le fait que la matière possède des caractéristiques apparemment incompatibles d'onde et de corps ponctuel. On regardera ensuite les deux problèmes historiques principaux que la mécanique quantique a résolu : le rayonnement du corps noir et la stabilité de l'atome. À ce stade, on devrait être suffisamment motivé pour attaquer le formalisme. Le cours suivant sera consacré aux postulats ou axiomes de la mécanique quantique : de quoi parle la mécanique quantique, comment s'en sert-on pour faire des prédictions. On fera la présentation la plus orthodoxe et conservatrice possible. Au troisième cours on devrait appliquer le formalisme à quelques exemples et parler de la non-localité. Au dernier cours enfin, on s'attaquera aux différentes interprétations du formalisme et abandonnera l'orthodoxie en essayant de voir si la mécanique quantique peut se comprendre.

2 Ondes

2.1 Définitions

Définir de manière très générale ce qu'est une onde n'est en fait pas si évident. Une définition trop précise risque d'exclure des phénomènes, une vague d'en inclure bien trop. On dit parfois qu'une onde est un transport d'information (ou d'énergie) sans transport

2. Avec probablement l'envie de se donner un air profond, ce qui ne me paraît pas souhaitable [1]
3. C'est un parti pris assez fort qui permet à la théorie d'être assez facilement accessible pour peu que l'on sache ce qu'est une fonction mais qui a le défaut de rendre l'étude de certains phénomènes comme la non-localité un peu plus lourde puisqu'il faut à un moment reconstruire le discret à partir du continu et faire émerger la version algébrique. À ce stade on sera de toute façon suffisamment elliptique pour que ce ne soit pas dramatique.

de matière. On dit parfois aussi qu'il s'agit de la propagation d'une perturbation (ou d'une fluctuation) dans un milieu, avec implicitement l'idée que cette perturbation oscille au moins un peu (une goûte d'encre qui diffuse dans un verre d'eau ne constitue pas une onde même si le front coloré «avance»). On pourrait donner une définition mathématique en disant qu'une onde est tout phénomène qui obéit à une certaine classe d'équations, mais il n'est alors pas évident de délimiter cette classe. On va se contenter de ces définitions imprécises et vérifier sur quelques exemples que ce que l'on appelle «onde» en physique correspond en fait assez bien à l'idée naïve qu'on s'en fait.

Une premier exemple est constitué par les ondelettes à la surface de l'eau. Quand on lance une pierre dans l'eau, des cercles concentriques de vagues se propagent à partir du centre. L'eau n'avance pas du centre vers l'extérieur, en fait en chaque point de l'espace, elle ne fait en première approximation que monter et descendre en fonction du temps sans se déplacer latéralement. On pourrait s'en convaincre assez facilement en posant un bouchon en liège à la surface. Ce dernier oscillerait verticalement mais sans être emporté horizontalement par l'onde. On pourrait malgré tout se servir d'une onde à la surface de l'eau pour transmettre une information (ou de l'énergie) sur une certaine distance. Si je jette une pierre dans l'eau, l'onde se propage et peut atteindre un point éloigné où l'information que l'ai lâché la pierre un peu plus tôt sera par conséquent connue. De plus si un bouchon flotte à la surface de l'eau en ce point éloigné, ce dernier se mettra à osciller verticalement, oscillation que l'on pourrait utiliser pour récupérer de l'énergie.

Un autre exemple d'onde est le son. Lorsque je parle, l'air se comprime et se détend localement au voisinage de mes cordes vocales. Cette perturbation se propage et une onde de compression décompression d'air avance. Ce qui avance ce n'est pas l'air, c'est une fluctuation locale de sa pression. Le front de cette perturbation avance à environ $340\,m/s$, mais il n'y a pas de vent, l'air «vibre» mais reste en moyenne à sa place, sans mouvement global.

Remarque (Champs). On peut reformuler les deux exemples précédents en terme de *champs*. Dans le premier cas, la hauteur $h(t, x, y)$ de l'eau en chaque point du plan est le champ qui constitue (ou «est le support de» ou «matérialise») ces ondes. Étudier les ondes à la surface de l'eau signifie étudier le comportement de ce champ de «hauteur». Dans le cas du son, le champ à considérer est la pression $p(t, x, y, z)$ en chaque point de l'espace. En physique on a parfois tendance à oublier le milieu lui même et à ne plus regarder que le champ, qui suffit à caractériser l'onde. L'exemple de la lumière, sur lequel on va revenir, est à cet égard significatif. Quand on s'est rendu compte que la lumière était une onde, on a voulu trouver le milieu correspondant, l'éther, analogue de l'eau et de l'air des exemples précédents. En fait, on connaissait paradoxalement déjà le champ support de ces ondes, le champ électromagnétique $F(t, x, y, z)$. Pour simplifier, l'intensité de la force électromagnétique à laquelle serait soumise une particule test en chaque point de l'espace (proportionnelle à F) fluctue, ces oscillations avancent et c'est en fait ça la lumière. Depuis, à cause de la relativité restreinte, on a été contraint d'abandonner l'éther, on a donc plus que le champ électromagnétique, qu'il faut voir comme l'analogue de h ou p, sans milieu sous-jacent correspondant. Rien n'empêche malgré tout d'étudier le caractère ondulatoire de la lumière puisqu'il suffit pour cela uniquement d'un champ !

Il faut maintenant donner quelques définitions plus précises pour nous permettre de caractériser une onde. On va donner les définitions pour des ondes à la surface de l'eau, donc pour le champ de hauteur h, en imaginant une unique dimension d'espace x en plus de la hauteur, mais les définitions se généralisent trivialement à 3 dimensions d'espace et à d'autres champs.

Définition 1 (Longueur d'onde)**.** La longueur d'onde λ est la distance (spatiale) séparant deux maxima successifs sur une photo du champ prise à un instant t_0 donné. (voir Fig. 1)

Définition 2 (Période)**.** La période T est le temps séparant deux maxima successifs en un point de l'espace x_0 donné. (voir Fig. 1)

Définition 3 (Nombre d'onde [4])**.** Le nombre d'onde k est l'inverse de la longueur d'onde.

4. Que je mentionne seulement par souci de symétrie.

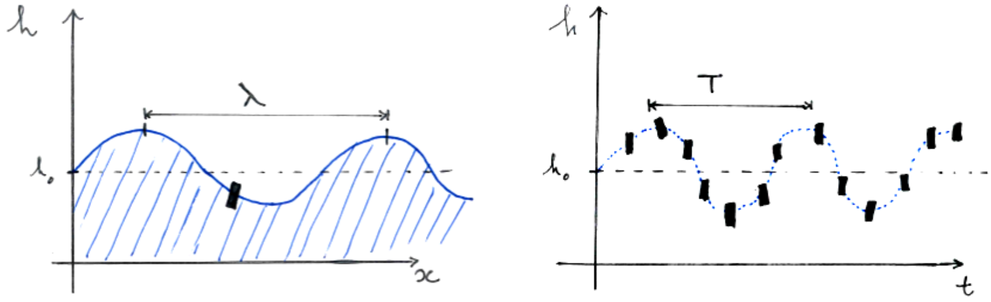

FIGURE 1 – Pour mesurer la longueur d'onde λ à gauche, on prend une photo à un instant donné et en regarde la distance entre deux maxima de la vague. Pour mesurer la période T à droite, on regarde un bouchon qui flotte à la surface de l'eau et on mesure le temps qui s'écoule entre deux moment successifs où le bouchon atteint un maximum de hauteur. Même si les deux figures se ressemblent, il faut bien noter que les axes des abscisses sont différents.

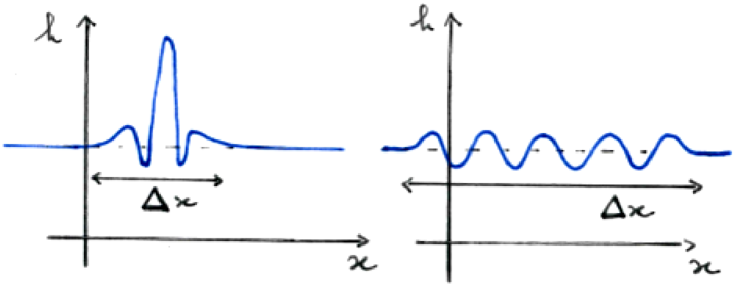

FIGURE 2 – Illustration de la compétition entre précision en longueur d'onde et précision en fréquence. L'onde de gauche est assez localisée en position, i.e. Δx est petit, mais sa longueur d'onde est en contrepartie mal définie car les oscillations sont peu nombreuses et peu régulières. À l'inverse, à droite, l'onde a beaucoup d'oscillations et sa fréquence est donc bien déterminée. Sa position spatiale en revanche est un peu floue car Δx est grand.

Définition 4 (Fréquence)**.** La fréquence f est l'inverse de la période. L'unité de la fréquence est le Hertz (noté Hz) qui est simplement l'inverse d'une seconde, i.e. $1Hz = 1s^{-1}$

En toute rigueur, les définitions précédentes ne sont valables que pour des ondes parfaitement sinusoïdales, car dans le cas contraire les maxima locaux sont potentiellement ambigus et pas nécessairement régulièrement espacés ce qui induit une certaine incertitude sur les grandeurs précédentes. Typiquement, si sur une photo prise à un instant donné, une onde contient très peu d'oscillations, il devient difficile de définir précisément sa longueur d'onde qui n'est connue que de manière incertaine. À l'inverse, une onde qui contient beaucoup d'oscillations régulières possède une longueur d'onde bien définie, mais c'est alors la position de l'onde qui n'est pas très bien définie, qui est étalée (voir Fig. 2).

Il y a en fait une compétition, une onde dont la période est bien définie occupe nécessairement beaucoup d'espace, et une onde qui occupe peu d'espace, i.e. dont la position est précisément déterminée, possède une longueur d'onde mal définie. En fait on peut démontrer mathématiquement que le produit de l'indétermination [5] sur la position ΔX par l'indétermination sur l'inverse de longueur d'onde $\Delta(1/\lambda)$ ne peut pas être aussi

5. Notons que l'on dit bien «indétermination» et pas incertitude. Le problème n'est pas que ces quantités sont bien définies mais inaccessibles, c'est qu'elles ne sont même pas bien déterminées.

petit que l'on veut, plus précisément :

$$\Delta X \cdot \Delta \frac{1}{\lambda} = \Delta X \cdot \Delta k \geq \frac{1}{2} \tag{1}$$

Le même raisonnement s'applique en fixant non plus le temps mais l'espace et on observe qu'une onde dont on peut connaître précisément la période (ou la fréquence) s'étale forcément sur un certain intervalle de temps. Inversement, une onde très courte en temps, dont on peut dire précisément à quel instant elle est passée, possède une fréquence moins bien définie. On a le même type d'inégalité dans ce cas entre l'indétermination sur l'instant auquel l'onde passe en un point Δt et l'indétermination sur l'inverse de la période $\Delta(1/T)$ (ou de manière équivalente l'indétermination sur la fréquence Δf) :

$$\Delta t \cdot \Delta \frac{1}{T} = \Delta t \cdot \Delta f \geq \frac{1}{2} \tag{2}$$

Si on prend l'exemple du son et de la musique, cela dit simplement qu'une note ne peut posséder une hauteur (i.e. une fréquence) précisément définie que si elle dure suffisamment longtemps. C'est un phénomène bien connu des musiciens. S'il est difficile de jouer vite d'un instrument grave, ce n'est pas tant parce que ces derniers sont généralement imposants –ce qui limite la dextérité–, que parce qu'il est intrinsèquement impossible d'enchaîner vite des notes graves. Si on essaie d'aller vite dans les graves, i.e. que chaque note soit précisément localisée en temps, alors la hauteur de chaque note devient mal définie et l'oreille ne perçoit plus qu'une suite de bruits [6]. Même le meilleur musicien du monde ne peut être juste s'il joue trop vite, et c'est une limite mathématique. C'est aussi pour cette raison que l'on ne donne pas la hauteur des percussions. Par exemple, dire quelle note joue une caisse claire n'a pas vraiment de sens car le son est trop court pour que sa fréquence soit bien définie et donc pour que la notion de note, qui est un son à une fréquence donnée, soit utilisable dans ce contexte.

Exemple. *La corde la plus grave du violoncelle fait un Do 1 à 65 Hz, i.e. quand on écoute cette note, l'air au voisinage du tympan se comprime et se décomprime environ 65 fois par secondes. Imaginons que l'on souhaite jouer des triples croches, le métronome à 200, uniquement sur cette corde, i.e. pour des fréquences inférieures à 100Hz. On a 8 notes par temps et 200 temps par minute ce qui fait* $8 \times 200/60 \simeq 30$ *notes par seconde. Pour que chaque note soit distinguable de la précédente, il faut que Δt, l'indétermination sur l'instant auquel on entend chaque note soit inférieur à l'écart temporel entre chaque note qui vaut* $1/30$ *seconde, i.e.* $\Delta t < 1/30$. *L'équation (2) nous dit alors que* $(1/30s) \times \Delta f \geq \frac{1}{2}$ *soit finalement :*

$$\Delta f > 15Hz \tag{3}$$

Ce qui donne une incertitude relative sur la fréquence de la note la plus grave de $15/65 \simeq 1/4 = 25\%$*, ce qui correspond à une tierce majeure d'incertitude ! À cette vitesse, les notes que jouerait le violoncelle ne seraient justes qu'à une tierce près au mieux, on entendrait ainsi plus un bruit indéfini qu'une suite de notes de hauteur précise. Jouer à une telle vitesse n'est en revanche pas interdit avec des notes très aiguës (même si ça demande probablement un niveau de virtuosité inatteignable). Les notes les plus aiguës du piano sont autour de* $4000\,Hz$*, ce qui fait une incertitude relative sur la fréquence de* $15/4000 \simeq 0.4\%$ *soit moins d'un quart de comma : la hauteur de ces notes reste bien définie même à cette vitesse absurdement élevée.*

Ce type d'impossibilité à déterminer conjointement deux grandeurs va avoir un impact énorme si la matière elle même possède comme on l'a annoncé un caractère ondulatoire (qu'il va évidemment falloir préciser). La conséquence du raisonnement précédent en mécanique quantique sera l'impossibilité de déterminer en même temps et avec une précision arbitraire la vitesse et la position d'une particule (inégalité de Heisenberg).

6. Le système auditif (tympan + cerveau) n'est pas sensible à chaque oscillation du son mais à sa fréquence. On sait facilement dire quelle est la hauteur d'une note (ou même combien de notes différentes composent un son donné) mais on serait bien en peine de reconstruire le profil temporel de l'onde.

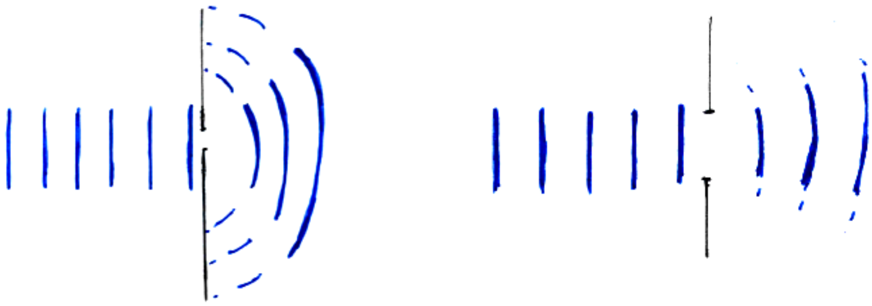

FIGURE 3 – Illustration de la diffraction d'une onde par une ouverture. Plus l'ouverture est petite plus l'onde est diffractée et part dans toutes les directions.

Remarque (Analyse de Fourier[7]). Les précédentes indéterminations ne sont elles mêmes pas très bien définies. En fait, il existe un puissant outil mathématique, l'analyse de Fourier, qui permet de donner un sens précis à ces notions. Ce que dit la l'analyse de Fourier, c'est pour simplifier que tout signal peut être décomposé en une somme (éventuellement infinie) de sinus, i.e. de fonctions dont la fréquence est parfaitement fixée. Tout signal n'a pas forcément une fréquence bien définie mais est la somme de signaux de fréquences bien définies, c'est en résumé ce que dit Fourier. On peut ainsi décomposer l'onde d'un son ou d'une vague en une somme pondérée d'ondes de fréquences données. Il est alors facile de regarder la distribution des fréquences représentées et d'en calculer par exemple l'écart type (i.e. l'écart typique entre une fréquence et la moyenne des fréquences) qui fournit alors une définition mathématiquement précise et non ambiguë de Δf. Les équations (1) et (2) sont alors des théorèmes que l'on peut démontrer rigoureusement.

2.2 Quelques propriétés

Les ondes possèdent des propriétés intéressantes qui les distinguent de la matière (au sens usuel et «classique» du terme). Elles se *diffractent* et *interfèrent*.

Commençons par la diffraction (voir Fig. 3). Lorsqu'une onde rencontre une ouverture dont la taille est du même ordre de grandeur que sa longueur d'onde, alors elle est diffractée, ce qui signifie qu'elle part dans toutes les directions à la sortie de l'ouverture avec un profil d'intensité qui n'est plus uniforme et qui décroit en moyenne à mesure que l'on s'éloigne du centre. L'angle typique θ pour lequel l'intensité de l'onde (i.e. la hauteur moyenne des vagues ou l'intensité du son) reste non négligeable est proportionnel au ratio de la longueur d'onde sur la taille de l'ouverture :

$$\theta \simeq \frac{\lambda}{d}, \tag{4}$$

équation valable approximativement pour les petits angles (voir Fig. 4). Autrement dit, plus le trou par lequel on essaie de faire passer l'onde est petit par rapport à sa longueur d'onde, plus elle est diffractée. C'est un phénomène propre aux ondes qu'on n'attend pas de manière évidente d'un flux de matière par exemple.

Une autre qualité propre aux ondes est leur capacité à interférer. Lorsque deux ondes *de même fréquence* se rencontrent, les variations locales du champ qu'elles induisent s'ajoutent, ce qui peut donner nouvelle onde d'amplitude plus grande ou plus faible que les ondes initiales suivant que ces dernières sont ou non *en phase*[8] (voir Fig. 5).

7. Du nom de Joseph Fourier, 1768-1830, mathématicien et physicien français, qui fut notamment préfet de l'Isère en 1802 (je ne sais pas combien de préfets publient aujourd'hui en science). Il a développé sa théorie de décomposition en fréquences principalement dans le but d'étudier la propagation de la chaleur.

8. Deux ondes de même fréquence sont en phase si leurs maxima sont au même endroit au même moment. Inversement, deux ondes de même fréquences sont en opposition de phase si les minima de l'une coïncident avec les maxima de l'autre. Intuitivement, deux ondes en phase s'ajoutent, deux ondes en opposition de phase ont tendance à s'annuler.

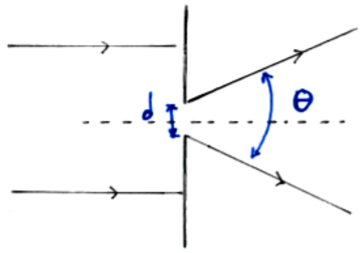

FIGURE 4 – L'angle typique de diffraction vaut $\theta \simeq \lambda/d$.

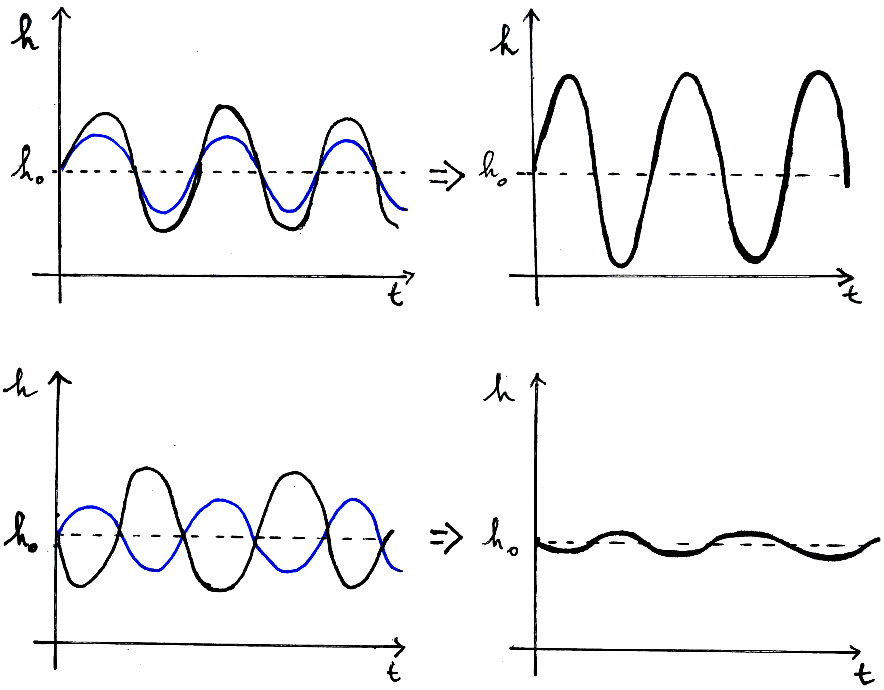

FIGURE 5 – Deux ondes peuvent s'ajouter ou se soustraire suivant la situation.

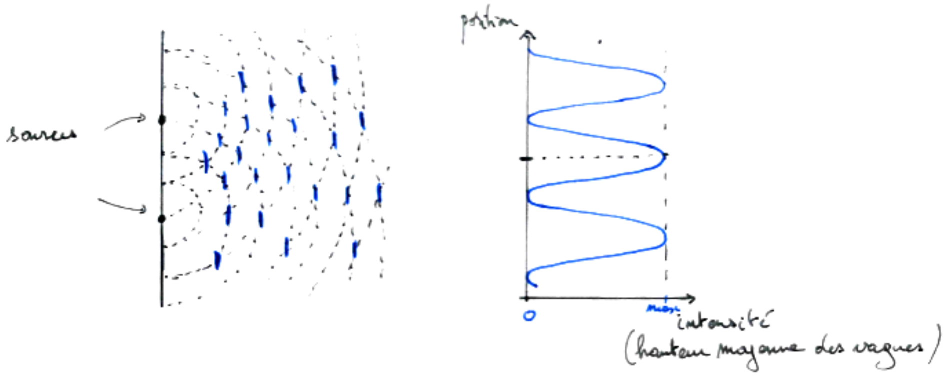

FIGURE 6 – Deux ondes de même fréquence émises par deux sources ponctuelles interfèrent. Si on regarde une coupe perpendiculaire à l'avancée du front d'onde, alors il y a des endroits où les vagues interfèrent négativement, il n'y a plus de vagues, et des endroits où les vagues interfèrent positivement pour fournir une très haute vague.

Remarque (Pourquoi l'intensité des sons semble-t-elle toujours additive ?). De manière peut-être un peu surprenante, on n'observe presque jamais d'interférences destructives en pratique. On ne voit jamais deux haut parleurs émettant chacun le même son donner un silence parfait une fois allumés simultanément. Le bruit de deux scooters qui passent dans la rue est toujours supérieur au bruit d'un unique scooter. Il en va de même pour la lumière, des points de la pièce ne deviennent pas sombres parce que j'allume une deuxième lampe !

Si l'on observe presque [9] pas de phénomène d'interférences en pratique, c'est parce qu'en pratique soit les deux ondes qui interfèrent n'ont pas exactement la même fréquence (ou que leur fréquence n'est pas bien définie) soit que les ondes ne sont pas parfaitement en opposition de phase. En pratique, la phase relative entre deux ondes fluctue très vite et on obtient une moyenne d'intensité, les ondes s'ajoutent alors (mais moins que si elles étaient parfaitement en phase). En fait on a bien des interférences mais on oscille si vite entre interférences constructives et destructives que les sens ne voient (ou n'entendent) que la moyenne, moyenne qui elle est additive. Sans une méthode active pour synchroniser parfaitement les ondes, il n'y a en général pas d'interférences possibles.

2.3 L'exemple de la lumière

En première approximation, le caractère corpusculaire de la lumière, i.e. le fait qu'elle est constituée en dernière analyse de photons peut être négligé et on peut considérer que la lumière est une pure onde de champ électromagnétique. Pour obtenir des effets de diffraction ou d'interférence avec la lumière, il faut que sa fréquence soit très pure, stable, bien définie, i.e. très monochromatique (mais ça n'est en fait pas la seule contrainte). Une source de lumière qui possède les bonnes caractéristiques est le laser. La longueur d'onde de la lumière visible est d'environ $0.5\mu m$, il faut par conséquent une ouverture très petite pour observer une diffraction significative mais c'est tout à fait possible. On peut aussi diffracter un laser sur un cheveu (ce qui est d'ailleurs un moyen extrêmement performant pour mesurer son épaisseur). On peut aussi facilement observer des interférences à l'aide de deux fentes très rapprochées l'une de l'autre (on observe alors le même résultat que sur la Fig. 6). Sans matériel exceptionnel, il est donc facile de mettre en évidence la caractère ondulatoire de la lumière.

3 Expérience des fentes d'Young

L'expérience des fentes d'Young n'est en réalité pas l'expérience fondatrice qui a permis de valider la mécanique quantique [10] mais elle a l'avantage de montrer de manière extrêmement claire le problème de la dualité onde corpuscule.

L'expérience consiste faire passer des électrons, i.e. des petites billes de matière, à travers deux trous très rapprochés derrière lesquels est disposé un écran. On se donne la possibilité d'ouvrir ou de fermer individuellement chaque trou. On envoie les électrons *un par un*.

On considère tout d'abord la situation où un seul trou est ouvert. On envoie les électrons un par un. On observe à chaque fois un unique impact très localisé de l'électron sur l'écran. En répétant l'expérience, on observe que la position des électrons sur l'écran est un peu dispersée et et que ces derniers se répartissent de manière apparemment aléatoire autour du centre. À ce stade rien d'anormal, on obtient un résultat assez intuitif : les électrons sont bien de petits corpuscules qui font un unique impact sur l'écran et il y a un peu d'aléatoire qui peut venir intuitivement du fait que les électrons ne sont pas tous envoyés exactement dans la même direction ou qu'ils rebondissent de manière incontrôlée sur les bords du trou. Le résultat paraît assez compréhensible avec la physique classique.

9. Un cas de la vie courante est celui des casques audio actifs qui suppriment le bruit environnant (type *Bose QuietComfort*, je ne prends pas d'argent pour ce placement de produit). Ces casques envoient une onde sonore exactement en opposition de phase avec le bruit extérieur mesuré, ce qui l'annule.

10. L'expérience historique que l'on considère déterminante est celle de Stern et Gerlach en 1922, mais cette dernière est légèrement plus difficile à comprendre dans le contexte de la mécanique ondulatoire.

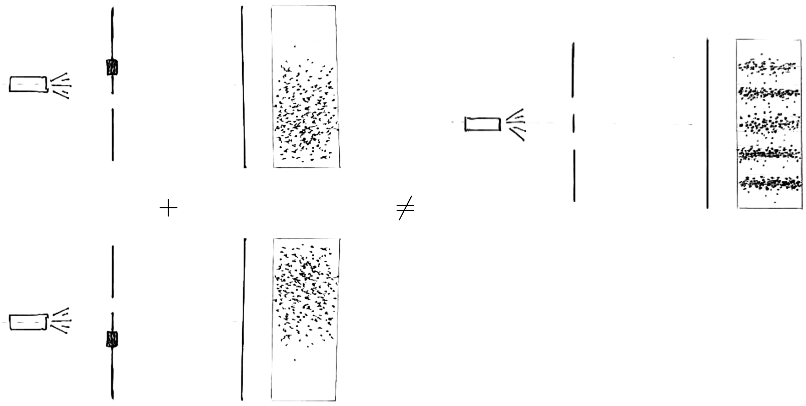

FIGURE 7 – Expérience des fentes d'Young. La situation où les deux fentes sont ouvertes n'est pas la somme des situations où une seule fente est ouverte.

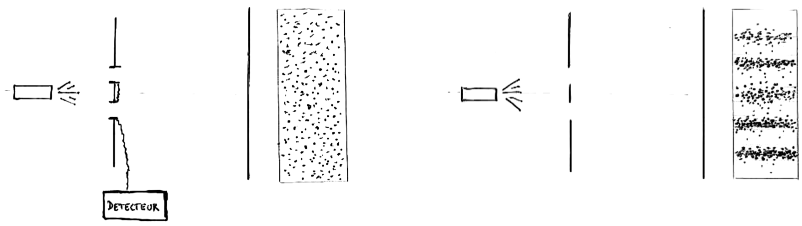

FIGURE 8 – Mettre un détecteur au niveau des fentes permettant de déterminer avec certitude de quel côté est passé la particule détruit la figure d'interférences. La mesure n'est pas neutre.

On peut ensuite considérer la situation où seul le second trou est ouvert. Les résultats sont analogues et les électrons arrivent assez dispersés, en moyenne autour du point de l'écran en face du trou.

Là où la situation devient intéressante, c'est si les deux trous sont simultanément ouverts. On envoie toujours les électrons *un par un*. Comme précédemment, les électrons font des impacts parfaitement localisés sur l'écran, comme on l'attendrait de corpuscules. En répétant l'expérience, on voit cependant une image très bizarre se former sur l'écran. Là où on attendait d'avoir la somme des impacts précédents, i.e. essentiellement deux tas d'électrons se recouvrant un peu, on observe que les électrons se répartissent en bandes. En fait, en moyennant sur une infinité d'expériences, on observe exactement la figure d'interférence que l'on attendrait pour une onde comme un son, une vague, ou la lumière. Il faut insister, chaque électron fait bien un impact unique et ponctuel, c'est lorsque l'on moyenne sur beaucoup de réalisations que la figure ondulatoire émerge. Mais c'est absurde, l'électron ne peut passer que par une fente à la fois, que l'autre soit ouverte ou fermée ne devrait rigoureusement rien changer !

On peut alors essayer d'être intelligent et mettre un détecteur au niveau d'un des trous pour savoir par quel trou l'électron passe à chaque fois. Le résultat est presque plus choquant. Maintenant que l'on sait de quel côté passe l'électron, la figure d'interférence disparaît et on obtient exactement la répartition intuitive, somme de deux patés d'impacts, sans bandes. Pour feinter, on peut essayer de mettre un détecteur imparfait, disons qui ne se déclenche en moyenne qu'une fois sur deux histoire que l'on ne sache qu'approximativement par quel trou l'électron est passé. Dans ce cas on obtient un mélange des deux patés plus les bandes qui ressemble d'autant plus aux bandes que le détecteur est mauvais et d'autant plus aux patés que le détecteur est bon !

Ce que cette expérience assez surprenante met en lumière, c'est la dualité onde corpuscule. L'électron se comporte de manière flagrante comme un corpuscule et fait des impacts très précis sur l'écran, il n'apparaît alors pas du tout diffus ou oscillant. Mais l'électron se comporte aussi comme une onde en donnant l'impression de passer simultanément par les deux trous pour interférer avec lui même. On décèle aussi un aspect important de la mécanique quantique qui est l'influence de la mesure et le fait que toute mesure, toute observation, est nécessairement invasive et modifie fortement la statistique des résultats.

4 Problèmes historiques

Même s'il est souhaitable pour des raisons pédagogiques d'introduire la bizarrerie quantique avec l'expérience des fentes d'Young (qu'on ne sait réaliser avec des particules uniques que depuis les années 1970), il est intéressant de savoir quels problèmes historiques la mécanique quantique a résolus.

4.1 Stabilité de la matière

Le problème le plus simple et fondamental que résout la mécanique quantique est la stabilité de l'atome. Considérons l'atome le plus simple, l'hydrogène, constitué d'un proton et d'un électron. En première approximation, les équations vérifiées par ce système de deux corps sont identiques à celles qui décrivent le mouvement de la lune autour de la terre. Cela vient du fait que pour des corps qui n'accélèrent pas trop vite, la force électrique possède la même expression mathématique que la force gravitationnelle. En première approximation, la physique classique dit donc que l'électron doit tourner autour du proton comme un minuscule système planétaire. Jusque là il n'y a pas de problème. Le problème vient du fait que la force électrique n'est pas exactement la force gravitationnelle. Les équations de Maxwell prédisent une petite différence. Une charge accélérée (comme l'électron tournant autour du proton) est soumise à une sorte de frottement d'origine électromagnétique qui lui fait perdre de l'énergie cinétique et la ralentit. Le problème c'est que si l'électron ralentit, alors il ne va pas pouvoir rester en orbite autour du proton. Son altitude va petit à petit réduire et il va finir par toucher le proton. En fait, si on fait le calcul, cet effondrement devrait être quasiment instantané. Par ailleurs on sait expérimentalement que protons et électrons sont beaucoup plus petits que l'atome, il est donc impossible que protons et électrons soient confondus, la matière serait beaucoup trop dense.

La solution proposée par Bohr est de dire que les orbites «autorisées» sont en nombre discret et en particulier qu'il en existe une plus petite. Une fois sur cette orbite minimale, impossible de descendre plus bas, l'électron ne peut toucher le proton. À première vue, on a l'impression que Bohr triche, un résultat théorique ne plaît pas alors on rajoute une prescription complètement ad-hoc pour résoudre le problème. En réalité, l'intuition de Bohr est excellente et la mécanique quantique va fournir pour l'atome un modèle assez similaire à celui proposé par Bohr en expliquant l'émergence de la discrétisation des orbites [11]. Cette capacité de la mécanique quantique à faire émerger du discret là où la mécanique classique avait du continu est une conséquence mathématique du formalisme (pas un postulat). C'est d'ailleurs ce qui a donné son nom à la théorie, «quantique» voulant dire quantifié, discret.

Aux cours suivants, on étudiera l'atome d'hydrogène avec la mécanique quantique et on donnera un sens beaucoup plus précis à l'intuition de Bohr. On obtiendra une nouvelle image de l'atome assez éloignée du modèle planétaire où la position de l'électron *apparaît* plus diffuse.

4.2 Rayonnement du corps noir

Le problème du rayonnement du corps noir est assez mal nommé puisque le corps que l'on regarde n'est pas noir en pratique. La question que l'on se pose est de savoir de quelle couleur brille un corps chauffé (on pense par exemple au fer chauffé à blanc). On

11. En mécanique quantique il n'y a plus vraiment d'orbites, mais ce qui ressemble le plus à des orbites est en nombre discret et avec des caractéristiques similaires à ce que proposait Bohr.

précise «noir» pour dire que le corps que l'on considère n'émet pas de lumière lorsque sa température est faible typiquement comme un morceau de fer ou un caillou. De manière assez intéressante et peut-être surprenante à première vue, les couleurs émises par un corps chauffé ne dépendent que de sa température et pas du matériau, il s'agit en quelque sorte d'une propriété universelle émergente de la matière. On peut connaître la température d'un métal qui apparaît rougi sans savoir si c'est du fer ou du cuivre. De la lave en fusion brillant de la même couleur aura aussi la même température.

À la fin du XX^{e} siècle, ce phénomène était assez bien compris avec la physique statistique et la mécanique classique. Le spectre, c'est à dire la distribution des couleurs émises par un corps à une température donnée était connue et l'accord entre la théorie et l'expérience était bon, du moins pour la lumière visible. Le problème, c'est que la théorie prédisait que pour les ultraviolets et les fréquences supérieures (les longueurs d'onde courtes), les corps devraient émettre beaucoup plus que ce que l'on mesure. En fait le problème n'est pas qu'expérimental et en calculant dans la théorie la quantité d'énergie émise par un corps à température donnée, on trouvait qu'elle était infinie à cause de ce comportement bizarre dans les hautes fréquences. C'est ce qu'on a appelé la *catastrophe ultraviolette*.

En introduisant à la main un nouveau paramètre h dans les équations de la physique statistique, Max Planck arrive à faire coïncider les spectres expérimentaux et théoriques. C'est évidemment une nouvelle fois une méthode ad-hoc qui tangente la triche. Planck lui même n'est d'ailleurs pas satisfait de sa méthode qui n'explique rien et qu'il considère comme une astuce de calcul. En fait, la constante de Planck va apparaître dans les équations de la mécanique quantique et une fois cette dernière achevée et formalisée, elle fournira exactement les résultats prédits par Planck. Il est ainsi intéressant de voir que la constante fondamentale de la mécanique quantique a été découverte, avec la bonne valeur, avant la mécanique quantique elle même.

Comprendre comment la mécanique quantique résout précisemment la catastrophe ultraviolette est hors de portée de ce cours. Intuitivement, la mécanique quantique introduit une discrétisation à l'échelle atomique qui empêche les atomes de vibrer trop vite et donc d'émettre trop de lumière à haute fréquence comme les UV.

Quelques questions sur les ondes

1. Quelle est la longueur d'onde du Wifi sachant que c'est une onde électromagnétique de fréquence $2,4\,GHz$?
2. Pourquoi le bruit d'un moteur de voiture devient-t-il plus aigu quand on accélère ?
3. Une lampe de poche traditionnelle a un faisceau divergeant, tout comme un laser qui passe par un petit trou. Y a-t-il un lien entre les deux phénomènes
4. Pourquoi peut-on enregistrer plus de données dans un Bluray que dans un CD-R ?
5. Pourquoi y a-t-il une fine grille sur la porte des fours micro-ondes ?
6. Un violoniste et un violoncelliste sont dans pièce et jouent tous les deux devant une porte ouverte d'un mètre de large qui donne sur l'extérieur. Ils jouent évidemment à des hauteurs différentes mais on suppose que le son émis par les deux instruments a la même force. Quel instrument entend-on le plus fort si on est de l'autre côté de la porte toujours en face des deux musiciens ? Même question si on n'est pas en face mais adossé au mur disons à droite de l'ouverture de la porte mais à l'extérieur.

Références

[1] On the reception and detection of pseudo-profound bullshit. *Judgment and Decision Making*, 10(9), 2015.

La prochaine fois on attaquera le dur de la mécanique quantique en introduisant les postulats fondamentaux !