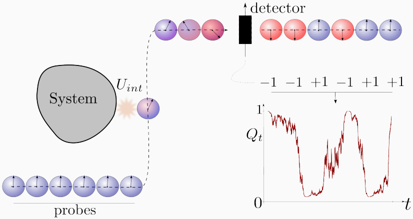
SAUTS ET ÉCHARDES –SPIKES– DANS LES TRAJECTOIRES QUANTIQUES

Antoine Tilloy, avec Denis Bernard et Michel Bauer
Laboratoire de Physique théorique, École Normale Supérieure Paris

Meeting Quantum electronics, 12 Février 2016

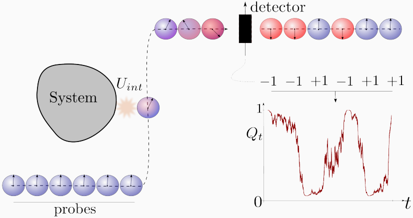
Département de Physique
École Normale Supérieure

Pour nous :

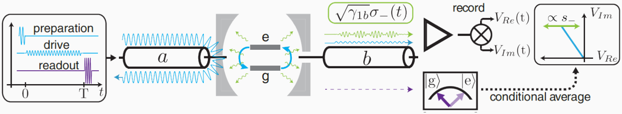


Département de Physique
École Normale Supérieure

Pour nous :



Pour vous :



Pour nous:

$$\boxed{\mathrm{d}\rho_\mathrm{t} = \mathscr{L}(\rho_\mathrm{t})\,\mathrm{dt} \;+\; \gamma\,\mathcal{D}[\rho_\mathrm{t}]\,\mathrm{dt} \;+\; \sqrt{\gamma}\,\mathcal{M}[\rho_\mathrm{t}]\,\mathrm{dW_t}} \tag{1}$$

Pour nous:

$$\boxed{d\rho_t = \mathscr{L}(\rho_t)\,dt \;+\; \gamma\,\mathcal{D}[\rho_t]\,dt \;+\; \sqrt{\gamma}\,\mathcal{M}[\rho_t]\,dW_t} \tag{1}$$

- $\mathscr{L}(\rho_t)$ votre **évolution** préférée en l'absence de mesure, e.g. :

$$\overset{\text{“unitaire”}}{\mathscr{L}(\rho)} = -i[H, \rho]$$

$$\overset{\text{“thermique”}}{\mathscr{L}(\rho)} = \Gamma_\uparrow \left(\sigma_+\rho\sigma_- - \frac{1}{2}\{\sigma_-\sigma_+, \rho\}\right) + \Gamma_\downarrow \left(\sigma_-\rho\sigma_+ - \frac{1}{2}\{\sigma_+\sigma_-, \rho\}\right)$$

RAPPELS DE FORMALISME

Pour nous:

$$\boxed{d\rho_t = \mathscr{L}(\rho_t)\,dt \;+\; \gamma\,\mathcal{D}[\rho_t]\,dt \;+\; \sqrt{\gamma}\,\mathcal{M}[\rho_t]\,dW_t} \tag{1}$$

- $\mathscr{L}(\rho_t)$ votre **évolution** préférée en l'absence de mesure, e.g. :

"unitaire"

$$\mathscr{L}(\rho) = -i[H, \rho]$$

"thermique"

$$\mathscr{L}(\rho) = \Gamma_\uparrow \left(\sigma_+\rho\sigma_- - \frac{1}{2}\{\sigma_-\sigma_+, \rho\}\right) + \Gamma_\downarrow \left(\sigma_-\rho\sigma_+ - \frac{1}{2}\{\sigma_+\sigma_-, \rho\}\right)$$

- $\mathcal{D}[\rho_t]$ la **dissipation** induite par la mesure :

$$\mathcal{D}[\rho] = N\rho N^\dagger - \frac{1}{2}\{N^\dagger N, \rho\}$$

Département de Physique
École Normale Supérieure

Pour nous:

$$\boxed{d\rho_t = \mathscr{L}(\rho_t)\,dt \; + \; \gamma\,\mathcal{D}[\rho_t]\,dt \; + \; \sqrt{\gamma}\,\mathcal{M}[\rho_t]\,dW_t} \tag{1}$$

- $\mathscr{L}(\rho_t)$ votre **évolution** préférée en l'absence de mesure, e.g. :

$$\underset{\text{"unitaire"}}{\mathscr{L}(\rho)} = -i[H, \rho]$$

$$\underset{\text{"thermique"}}{\mathscr{L}(\rho)} = \Gamma_\uparrow\left(\sigma_+\rho\sigma_- - \frac{1}{2}\{\sigma_-\sigma_+, \rho\}\right) + \Gamma_\downarrow\left(\sigma_-\rho\sigma_+ - \frac{1}{2}\{\sigma_+\sigma_-, \rho\}\right)$$

- $\mathcal{D}[\rho_t]$ la **dissipation** induite par la mesure :

$$\mathcal{D}[\rho] = N\rho N^\dagger - \frac{1}{2}\{N^\dagger N, \rho\}$$

- $\mathcal{M}[\rho_t]$ l'**innovation** induite par la mesure :

$$\mathcal{M}[\rho] = N\rho + \rho N^\dagger - \mathrm{tr}[(N + N^\dagger)\rho]\rho$$

Département de Physique
École Normale Supérieure

Que se passe-t-il quand la mesure domine l'évolution ?

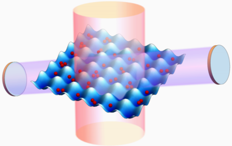
[typiquement quand $\gamma \gg \Gamma_{\uparrow/\downarrow}$]

Que se passe-t-il quand la mesure domine l'évolution ?

[typiquement quand $\gamma \gg \Gamma_{\uparrow/\downarrow}$]

Question un peu dans l'air du temps :

- Étude récente de la dynamique Quasi-Zeno en matière condensée –Elliott & Vedral 1601.06624, Kozlowski et al. 1510.04857–



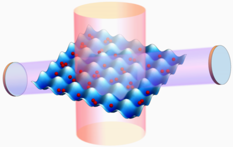
Département de Physique
École Normale Supérieure

Que se passe-t-il quand la mesure domine l'évolution ?

[typiquement quand $\gamma \gg \Gamma_{\uparrow/\downarrow}$]

Question un peu dans l'air du temps :

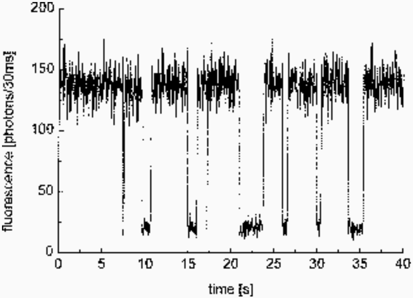
- Étude récente de la dynamique Quasi-Zeno en matière condensée –Elliott & Vedral 1601.06624, Kozlowski et al. 1510.04857–



- Analyse des sauts dans des cas simples avec un principe de moindre action –Jordan & co, Sidiqqi & co 1305.5201, 1403.4992–

Département de Physique
École Normale Supérieure

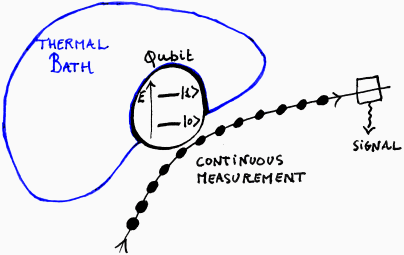
On imagine trouver une mesure projective à la von Neumann + sauts entre pointeurs



Couplage à un bain + mesure de l'énergie

$$\rightarrow \mathscr{L}(\rho) = \Gamma_\uparrow \left(\sigma_+ \rho \sigma_- - \frac{1}{2}\{\sigma_-\sigma_+, \rho\}\right) + \Gamma_\downarrow \left(\sigma_- \rho \sigma_+ - \frac{1}{2}\{\sigma_+\sigma_-, \rho\}\right)$$

$\rightarrow \mathsf{N} = \sigma_z$



Équation après simplifications

Notons $Q_t = \langle 0| \rho_t |0\rangle$ alors $d\rho_t = ...$ donne :

$$dQ_t = [\underbrace{-\Gamma_\uparrow Q_t + \Gamma_\downarrow(1-Q_t)}_{\text{bain}}]dt + \underbrace{\sqrt{\gamma}Q_t(1-Q_t)dW_t}_{\text{mesure}}$$

EXEMPLE

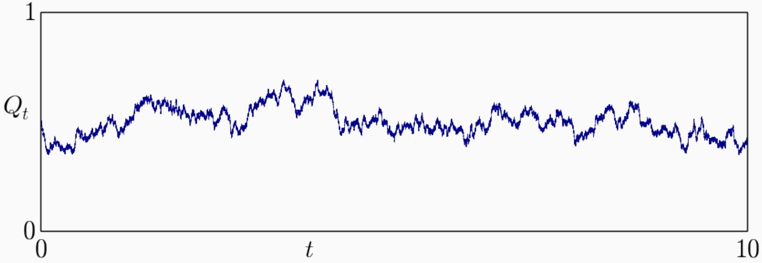
Équation après simplifications

Notons $Q_t = \langle 0 | \rho_t | 0 \rangle$ alors $d\rho_t = \ldots$ donne :

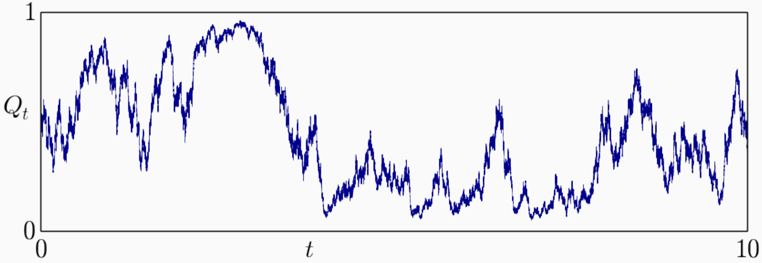
$$dQ_t = \underbrace{[-\Gamma_\uparrow Q_t + \Gamma_\downarrow (1 - Q_t)]}_{\text{bain}} dt + \underbrace{\sqrt{\gamma} Q_t (1 - Q_t)}_{\text{mesure}} dW_t$$

Pour les simulations on fixe $\Gamma_\uparrow = \Gamma_\downarrow = 1$, soit $T = +\infty$ mais ça n'est pas critique. Sans la mesure on a donc $Q \to 1/2$.

Département de Physique
École Normale Supérieure

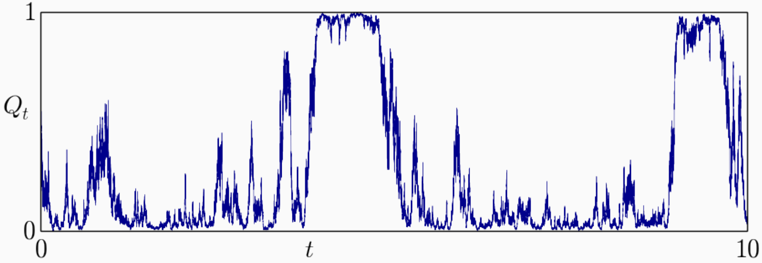


$\gamma = 0.1$

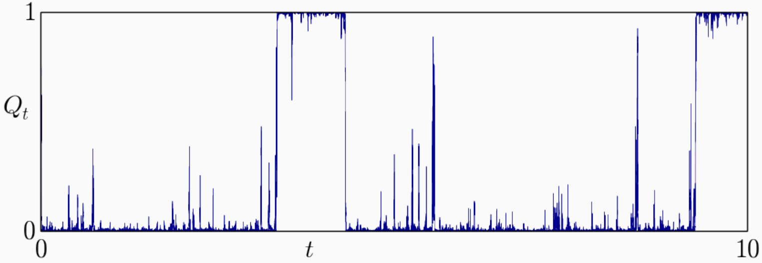


$\gamma = 0.1$

Département de Physique
École Normale Supérieure

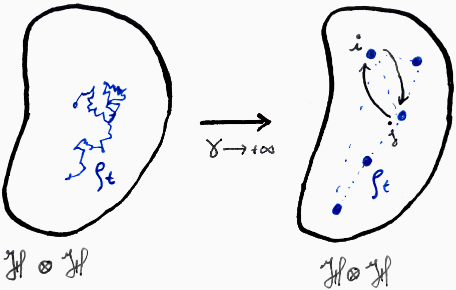


$\gamma = 10$



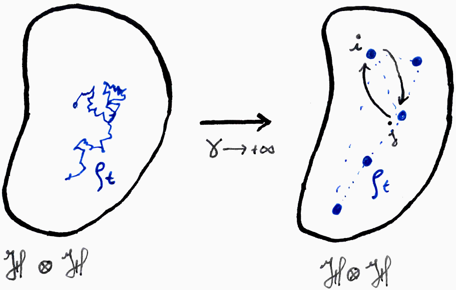
$\gamma = +\infty$

Qualitativement



THÉORÈME SAUTS

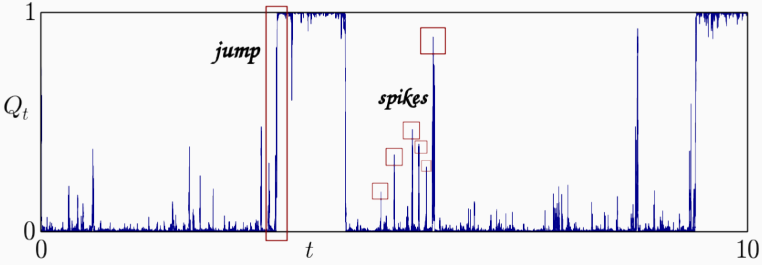
Qualitativement



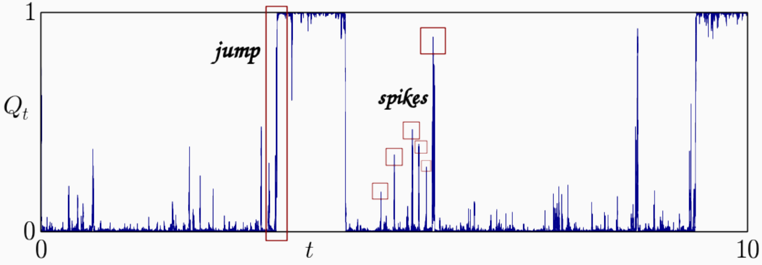
Quantitativement

$$m_{ij} \propto \frac{[\text{coeffs. de H}]^2}{\gamma\ [\text{coeffs. de N}]^2} + [\text{Coeffs. partie thermique}]$$

Département de Physique
École Normale Supérieure

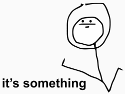


$\gamma = +\infty$

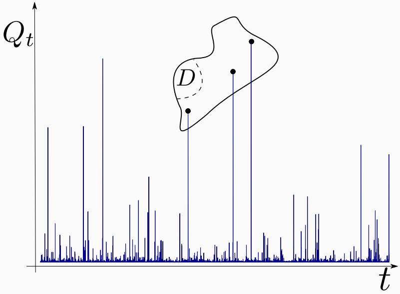


$\gamma = +\infty$

Pour les **spikes** on va se limiter au cas «thermique» pour un qubit (essentiellement parce qu'on ne sait pas faire beaucoup mieux)...



Département de Physique
École Normale Supérieure



Nombre **n** de spikes dans D est un processus de Poisson d'intensité $\mu = \int_D d\nu$ avec :

$$d\nu = \frac{\Gamma_\uparrow}{Q^2}\, dQdt$$

AUTRE CARACTÉRISATION

On peut voir/comprendre les spikes autrement en changeant la paramétrisation du temps $\rightarrow$ nouveau temps effectif τ.

En discret :

$$\Delta\tau_n = \mathrm{tr}\left[(\rho_{n+1} - \rho_n)^2\right]\Delta t_n$$

AUTRE CARACTÉRISATION

On peut voir/comprendre les spikes autrement en changeant la paramétrisation du temps $\rightarrow$ nouveau temps effectif τ.

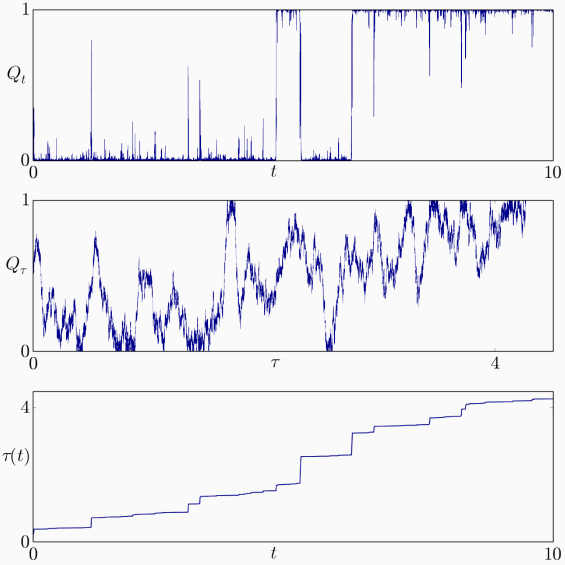
En discret :

$$\Delta\tau_n = \mathrm{tr}\left[(\rho_{n+1} - \rho_n)^2\right] \Delta t_n$$

Au continu :

$$d\tau = \mathrm{tr}\left[(d\rho_t)^2\right]$$

NUMÉRIQUE



RÉSULTAT

Théorème

Quand $\gamma \to +\infty$, Q_τ devient un **mouvement Brownien réfléchi** en 0 et en 1.

Théorème

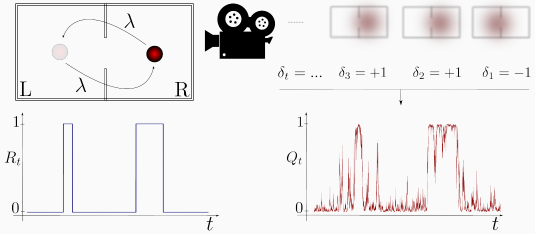
Quand $\gamma \to +\infty$, Q_τ devient un **mouvement Brownien réfléchi** en 0 et en 1.

- Les **sauts** correspondent aux transitions $0 \to 1$ et $1 \to 0$.
- Les **spikes** correspondent aux transitions $0 \to 0$ et $1 \to 1$.

Département de Physique
École Normale Supérieure

$\longrightarrow$ Question **subtile** un peu liée aux fondations et à ce que l'on entend par «réel» et «quantique»

- Possible de construire un modèle classique [type Markov caché] avec des spikes



Département de Physique
École Normale Supérieure

- Les spikes disparaissent en «forward-backward» (Past Quantum State)

LES ÉCHARDES SONT-ELLES «RÉELLES», SONT-ELLES «QUANTIQUES» ?

- Les spikes disparaissent en «forward-backward» (Past Quantum State)
- Existe au moins opérationnellement dans le sens que la connaissance que l'on a du système en dépend. $\rightarrow$ important pour le contrôle

Intérêt théorique

- $\neq$ von Neumann
- Existence d'opérateurs anormaux
- Indépendant de l'efficacité η (dans le cas thermique)
- Robuste (marche très certainement en discret)

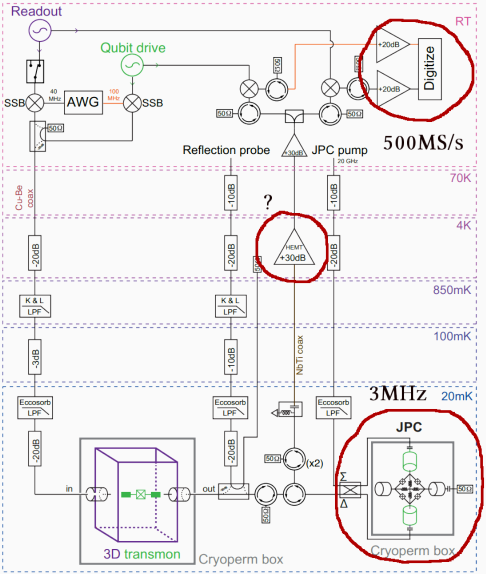
Comment observer les spikes

- Il faut $\eta\,\gamma > 20\ \Gamma_{\uparrow/\downarrow}$

Comment observer les spikes

- Il faut $\eta\gamma > 20\ \Gamma_{\uparrow/\downarrow}$
- Une bande passante à tous les niveaux d'amplification de l'ordre de γ

EXPÉRIMENTALEMENT



Département de Physique
École Normale Supérieure

RÉFÉRENCES

- pour les sauts `1410.7231`
- pour les spikes «à l'ancienne» avec discussion `1510.01232`
- pour les spikes avec des maths qui brillent `1512.02861`

Département de Physique
École Normale Supérieure