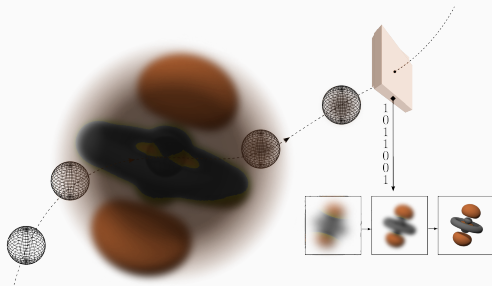


Mesure continue en mécanique quantique :

quelques résultats et applications



Soutenance de thèse

24 juin 2016

présentée par Antoine Tilloy

thèse préparée au laboratoire de physique
théorique de l'École Normale Supérieure,
sous la direction de **Denis Bernard**



Département
de Physique
École Normale
Supérieure



PSL
RESEARCH UNIVERSITY PARIS

Pourquoi s'intéresser à la mesure ?

Pourquoi s'intéresser à la mesure ?

“We know that the moon is demonstrably
not there when nobody looks”



David Mermin 1981

«Opération mathématiquement triviale»

«Opération mathématiquement triviale»

Postulat de la mesure

Pour un système décrit par $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$ et une mesure de projecteurs Π_i tels que $\sum_i \Pi_i = \mathbb{1}$ on a :

Règle de Born :

Résultat “ i ” avec probabilité $P[i] = \langle \psi | \Pi_i | \psi \rangle$

Collapse :

$$|\psi\rangle \longrightarrow \frac{\Pi_i |\psi\rangle}{\sqrt{P[i]}}$$



Max Born 1926



John von Neumann
1932

«Opération **physiquement subtile**»

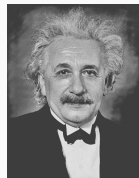
«Opération physiquement subtile»

- Qu'est ce qu'une mesure ?
- Comment la mesure peut-elle être un concept «primitif» ?
- De quoi est constitué un résultat ?
- Le postulat de la mesure se déduit-il des autres postulats ?

notions of 'reversible' and 'irreversible'. Einstein said that it is theory which decides what is 'observable'. I think he was right – 'observation' is a complicated and theory-laden business. Then that notion should not appear in the *formulation* of fundamental theory. *Information? Whose information? Information about what?*

On this list of bad words from good books, the worst of all is 'measurement'. It must have a section to itself.

Physics World, *Against Measurement*



Albert Einstein 1935



John S. Bell 1989

Problèmes théoriques/fondamentaux «Problème de la mesure»

→ De quoi le monde est-il constitué ?

Problèmes théoriques/fondamentaux «Problème de la mesure»

- De quoi le monde est-il constitué ?
- Comment la mesure émerge-t-elle des constituants ?

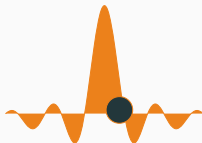
Problèmes théoriques/fondamentaux «Problème de la mesure»

→ De quoi le monde est-il constitué ?

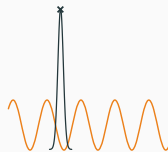
→ Comment la mesure émerge-t-elle des constituants ?



Everett 1957



Bohm 1952



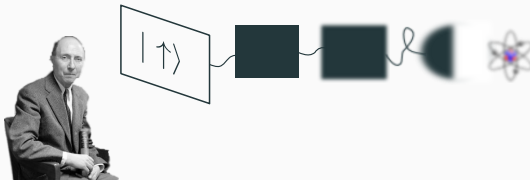
Ghirardi 1986

Problèmes pratiques “For all practical purposes”

- Comment comprendre les situations limites où le postulat fondamental est trop grossier ?
- Peut-on arrondir les angles du formalisme en utilisant le formalisme lui même ?
- Peut-on voir la brutalité du collapse comme la limite de quelque chose de plus fin ?

Coupure de Heisenberg

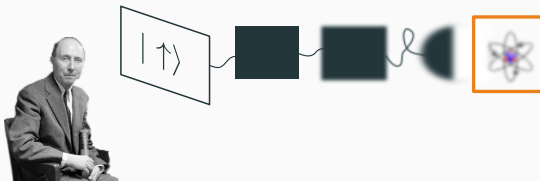
Délimitation entre le **système**, qui obéit à l'équation de Schrödinger et l'**observateur** qui peut appliquer le postulat de la mesure.



Eugene Wigner

Coupure de Heisenberg

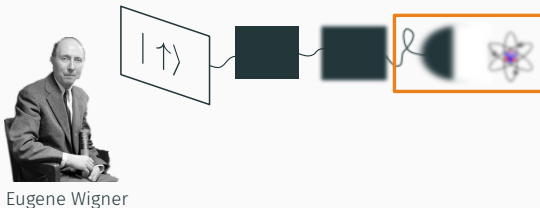
Délimitation entre le **système**, qui obéit à l'équation de Schrödinger et l'**observateur** qui peut appliquer le postulat de la mesure.



Eugene Wigner

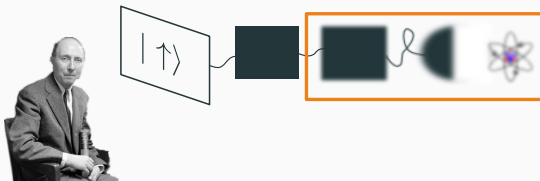
Coupure de Heisenberg

Délimitation entre le **système**, qui obéit à l'équation de Schrödinger et l'**observateur** qui peut appliquer le postulat de la mesure.



Coupure de Heisenberg

Délimitation entre le **système**, qui obéit à l'équation de Schrödinger et l'**observateur** qui peut appliquer le postulat de la mesure.



Eugene Wigner

Coupure de Heisenberg

Délimitation entre le **système**, qui obéit à l'équation de Schrödinger et l'**observateur** qui peut appliquer le postulat de la mesure.

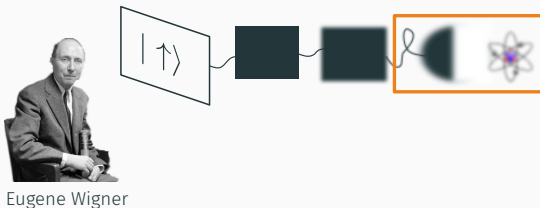


Eugene Wigner



Coupure de Heisenberg

Délimitation entre le **système**, qui obéit à l'équation de Schrödinger et l'**observateur** qui peut appliquer le postulat de la mesure.



→ retarder le moment où l'on utilise le postulat de la mesure

1– Introduction au formalisme des mesures continues

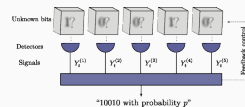
2– Mesures continues fortes

- Sauts quantiques
- Échardes quantiques

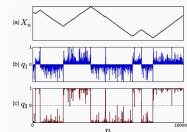
3– Application du formalisme à la gravité

CE DONT ON NE PARLERA PAS

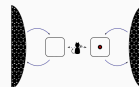
1– Optimisation de l'extraction d'information



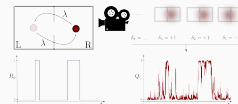
2– Marches quantiques ouvertes



3– Contrôle par la mesure



4– Lien avec les modèles de Markov caché

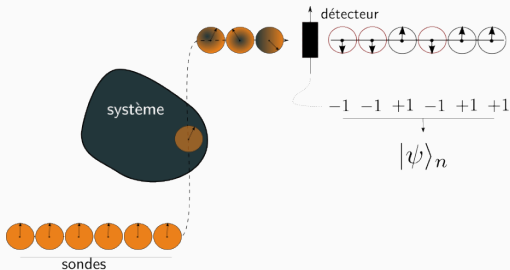


INTRODUCTION AUX MESURES CONTINUES

INTERACTIONS RÉPÉTÉES

Situation considérée

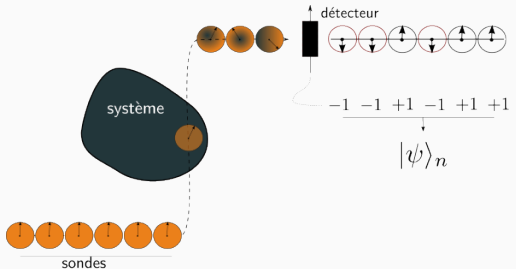
- Système, $|\psi\rangle \in \mathcal{H}_s$
- Sonde, $\mathcal{H}_p = \mathbb{C}^2$
- Interaction unitaire
- Mesure σ_z sur la sonde



INTERACTIONS RÉPÉTÉES

Situation considérée

- Système, $|\psi\rangle \in \mathcal{H}_s$
- Sonde, $\mathcal{H}_p = \mathbb{C}^2$
- Interaction unitaire
- Mesure σ_z sur la sonde



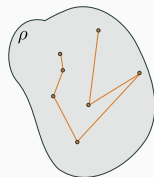
$$\begin{aligned} |\psi\rangle_n \otimes |+\rangle_x &\xrightarrow{\text{interaction}} \hat{\Omega}_+ |\psi\rangle_n \otimes |+\rangle_z + \hat{\Omega}_- |\psi\rangle_n \otimes |-\rangle_z \\ &\xrightarrow{\text{mesure}} |\psi\rangle_{n+1} = \frac{\Omega_{\pm} |\psi\rangle_n}{\sqrt{\langle\psi| \Omega_{\pm}^{\dagger} \Omega_{\pm} |\psi\rangle_n}} \end{aligned}$$

avec pour seule contrainte :

$$\Omega_+^{\dagger} \Omega_+ + \Omega_-^{\dagger} \Omega_- = \mathbb{1}$$

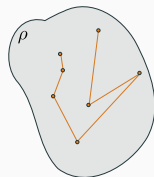
Trajectoires quantiques discrètes

La donnée d'une suite $|\psi\rangle_n$ ou ρ_n (aléatoire) et des $\delta_n = \pm 1$, résultats de mesure correspondants.



Trajectoires quantiques discrètes

La donnée d'une suite $|\psi\rangle_n$ ou ρ_n (aléatoire) et des $\delta_n = \pm 1$, résultats de mesure correspondants.



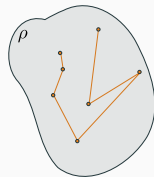
\Rightarrow Interactions douces et fréquentes :

$$\Omega_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (1 \pm \mathcal{O}_{\varepsilon} + \# \varepsilon^2 + \dots)$$

INTERACTIONS RÉPÉTÉES

Trajectoires quantiques discrètes

La donnée d'une suite $|\psi\rangle_n$ ou ρ_n (aléatoire) et des $\delta_n = \pm 1$, résultats de mesure correspondants.

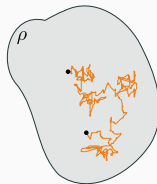


⇒ Interactions douces et fréquentes :

$$\Omega_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (1 \pm \mathcal{O}_{\varepsilon} + \# \varepsilon^2 + \dots)$$

Trajectoires quantiques continues

La donnée d'un processus continu $|\psi\rangle_t$ ou ρ_t (aléatoire) et du signal de mesure y_t correspondant.



Équation maîtresse stochastique (~ 1987)

Matrice densité :

$$d\rho_t = \mathcal{L}(\rho_t) dt + \gamma \mathcal{D}[\mathcal{O}](\rho_t) dt + \sqrt{\gamma} \mathcal{H}[\mathcal{O}](\rho_t) dW_t$$

Signal :

$$dy_t = \sqrt{\gamma} \text{tr} [(\mathcal{O} + \mathcal{O}^\dagger) \rho_t] dt + dW_t$$

avec :

- $\mathcal{D}[\mathcal{O}](\rho) = \mathcal{O}\rho\mathcal{O}^\dagger - \frac{1}{2} (\mathcal{O}^\dagger\mathcal{O}\rho + \rho\mathcal{O}^\dagger\mathcal{O})$
«décohérence et dissipation»
- $\mathcal{H}[\mathcal{O}](\rho) = \mathcal{O}\rho + \rho\mathcal{O}^\dagger - \text{tr} [(\mathcal{O} + \mathcal{O}^\dagger) \rho] \rho$
«aquisition d'information»
- $\frac{dW_t}{dt}$ bruit blanc



V. Belavkin



A. Barchielli



L. Diósi

Trajectoires **réelles**, différent de Dalibard Castin Mølmer qui est utilisé pour le Monte Carlo (dans une limite de saut)

VOLUME 68, NUMBER 5

PHYSICAL REVIEW LETTERS

3 FEBRUARY 1992

Wave-Function Approach to Dissipative Processes in Quantum Optics

Jean Dalibard and Yvan Castin

Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, F-75231 Paris CEDEX 05, France

Klaus Mølmer

Institute of Physics and Astronomy, University of Aarhus, DK-8000 Aarhus C, Denmark

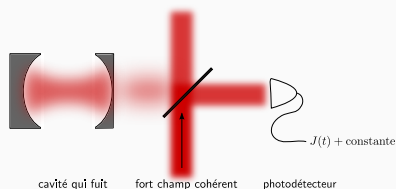
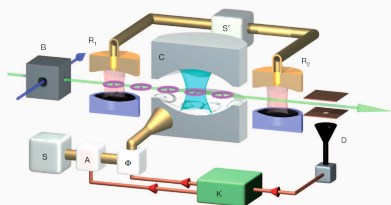
(Received 15 October 1991)

A novel treatment of dissipation of energy from a "small" quantum system to a reservoir is presented. We replace the usual master equation for the small-system density matrix by a wave function evolution including a stochastic element. This wave-function approach provides new insight and it allows calculations on problems which would otherwise be exceedingly complicated. The approach is applied here to a two- or three-level atom coupled to a laser field and to the vacuum modes of the quantized electromagnetic field.

PACS numbers: 42.50.-p, 32.80.-i

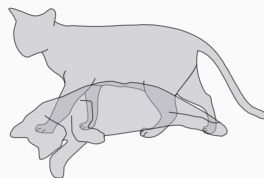
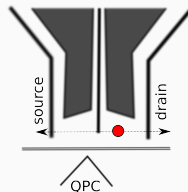
Situations idéales d'application

- Situations «à la Haroche», avec de vraies interactions répétées.
- Cas de mesures «réellement» continues (détection homodyne en optique quantique)



Autres applications

- **N'importe quelle** mesure progressive (ex : points quantiques)
- Problèmes fondamentaux, constructions de nouvelles théories



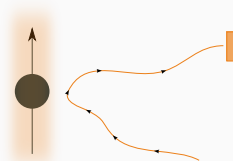
EXEMPLE

Situation considérée

Mesure continue «pure» d'un qubit

Qubit $\Rightarrow \mathcal{H} = \mathbb{C}^2$ donc $\rho_t = \begin{pmatrix} p_t & u_t \\ u_t^* & 1 - p_t \end{pmatrix}$

Mesure continue de l'énergie, i.e. $\mathcal{O} = \sigma_z \propto H$

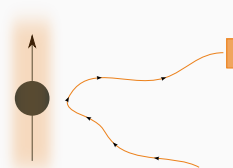


Situation considérée

Mesure continue «pure» d'un qubit

Qubit $\Rightarrow \mathcal{H} = \mathbb{C}^2$ donc $\rho_t = \begin{pmatrix} p_t & u_t \\ u_t^* & 1 - p_t \end{pmatrix}$

Mesure continue de l'énergie, i.e. $\mathcal{O} = \sigma_z \propto H$



Équation pour la probabilité

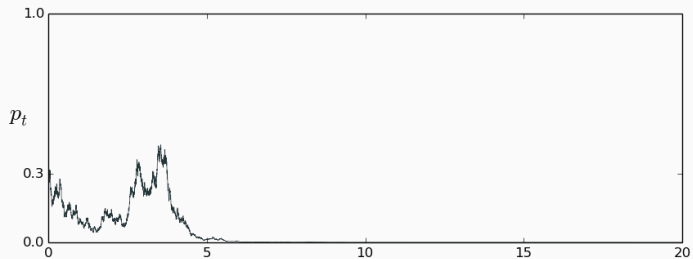
$$dp_t = \sqrt{\gamma} p_t (1 - p_t) dW_t$$

Équation pour la phase

$$du_t = -\frac{\gamma}{8} u_t dt + \frac{\sqrt{\gamma}}{2} (2p_t - 1) dW_t$$

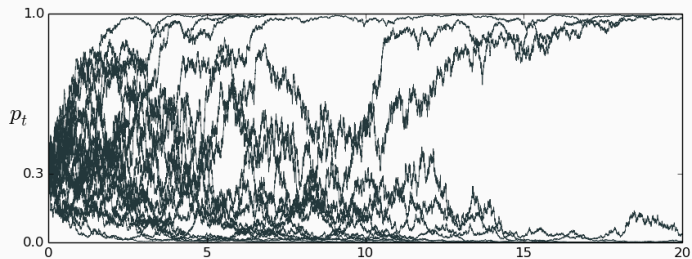
EXEMPLE

Mesure continue «pure» d'un qubit



EXEMPLE

Mesure continue «pure» d'un qubit



CONCLUSION LOCALE

- Collapse désormais progressif sur un temps γ^{-1}
- Règle de Born conservée

- Collapse désormais progressif sur un temps γ^{-1}
- Règle de Born conservée
- Seule équation “raisonnable” donnant lieu à du collapse [Bassi, Dürr, Hinrichs, 2013]

- Collapse désormais progressif sur un temps γ^{-1}
- Règle de Born conservée
- Seule équation “raisonnable” donnant lieu à du collapse [Bassi, Dürr, Hinrichs, 2013]
- Lien avec le problème fondamental de la mesure :

“Continuous spontaneous localization” (CSL)
phénoménologique → fondamental



Philip Pearle 1987

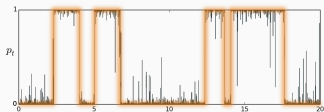
LIMITE DE MESURE FORTE

QUESTIONS DE MOTIVATION

Deux types de situations intéressantes avec le nouveau formalisme :

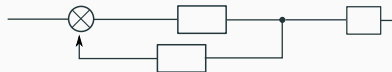
Mesures fortes $\gamma \gg \omega_i$

- Effet Zénon
- Sauts quantiques



Mesures faibles $\gamma \sim \omega_i$

- Optimisation
- Contrôle

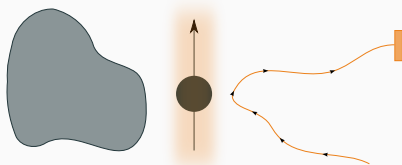


EXEMPLE 1

Qubit couplé à un bain thermique

Système considéré

- Qubit $\mathcal{H} = \mathbb{C}^2$
- Mesure continue de $\mathcal{O} \propto H \propto \sigma_z$
- Bain thermique markovien
- Population du fondamental p_t

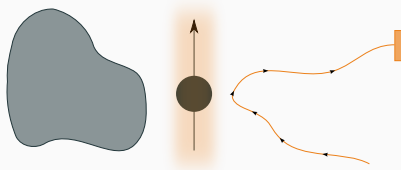


EXEMPLE 1

Qubit couplé à un bain thermique

Système considéré

- Qubit $\mathcal{H} = \mathbb{C}^2$
- Mesure continue de $\mathcal{O} \propto H \propto \sigma_z$
- Bain thermique markovien
- Population du fondamental p_t

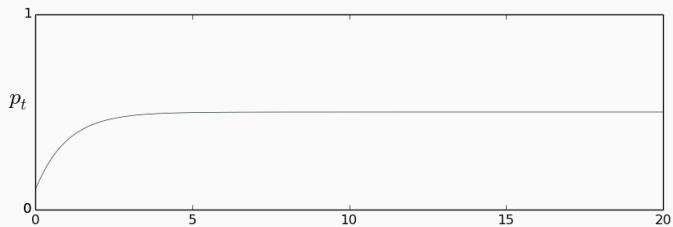


Équation maîtresse stochastique autonome :

$$dp_t = \underbrace{\lambda(p_{\text{eq}} - p_t) dt}_{\text{relaxation thermique}} + \underbrace{\sqrt{\gamma} p_t(1 - p_t) dW_t}_{\text{mesure continue}}$$

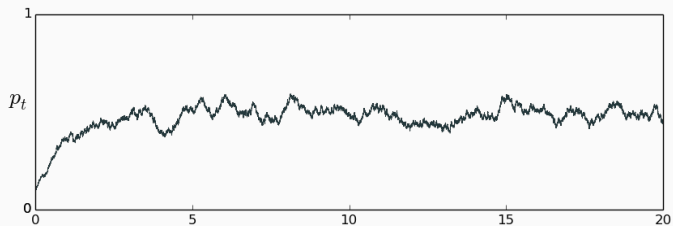
EXEMPLE 1 : RÉSULTATS

Pas de mesure continue, $\gamma = 0 \lambda$



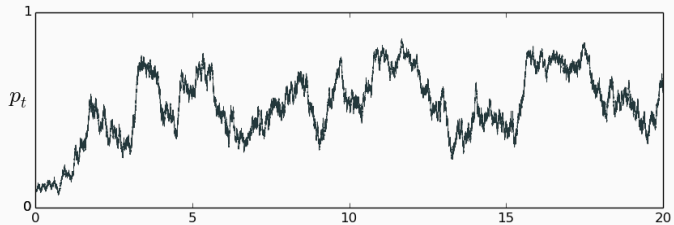
EXEMPLE 1 : RÉSULTATS

Mesure faible, $\gamma = 0.1 \lambda$



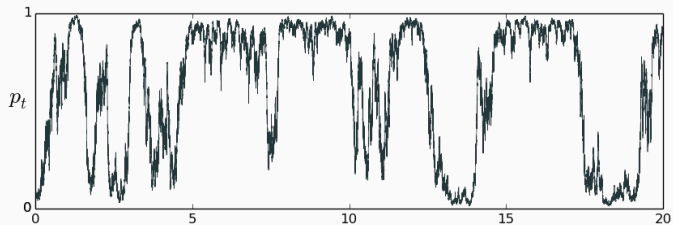
EXEMPLE 1 : RÉSULTATS

Mesure moyenne, $\gamma = \lambda$



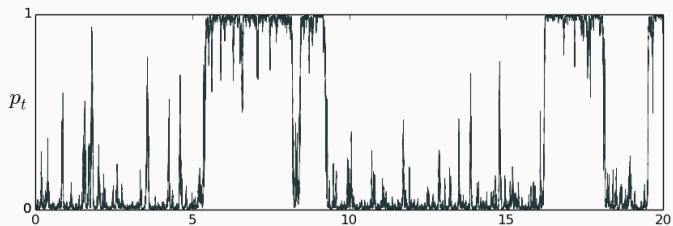
EXEMPLE 1 : RÉSULTATS

Mesure un peu forte, $\gamma = 10 \lambda$



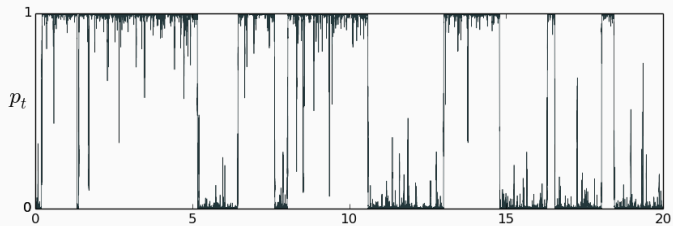
EXEMPLE 1 : RÉSULTATS

Mesure forte, $\gamma = 100 \lambda$



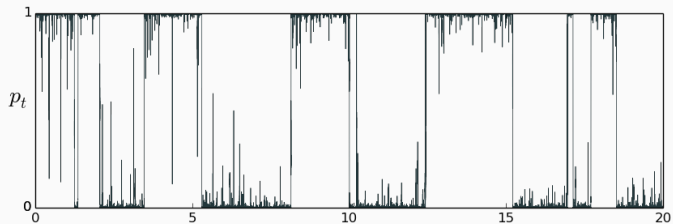
EXEMPLE 1 : RÉSULTATS

Mesure très forte, $\gamma = 1000 \lambda$



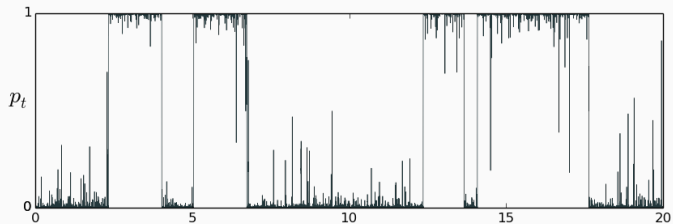
EXEMPLE 1 : RÉSULTATS

Mesure très très forte, $\gamma = 10^4 \lambda$



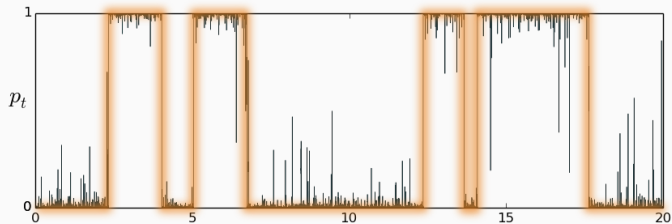
EXEMPLE 1 : RÉSULTATS

Mesure très très très forte, $\gamma = 10^5 \lambda$



EXEMPLE 1 : RÉSULTATS

Mesure très très très forte, $\gamma = 10^5 \lambda$

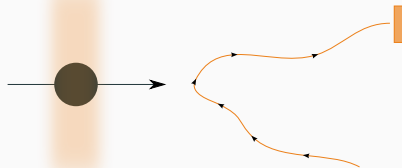


EXEMPLE 2

Qubit et mesure «orthogonale à l'énergie»

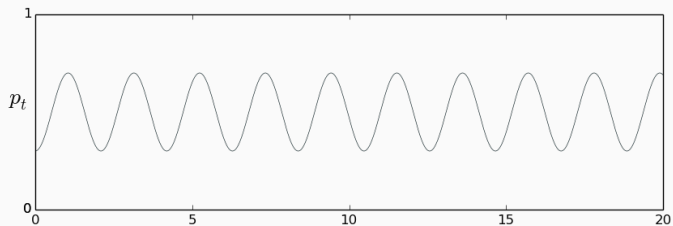
Système considéré

- Qubit $\mathcal{H} = \mathbb{C}^2$
- Mesure continue de $\mathcal{O} \propto \sigma_z \perp H$
- Système fermé
- Population de l'état $|+\rangle_z \rightarrow p_t$



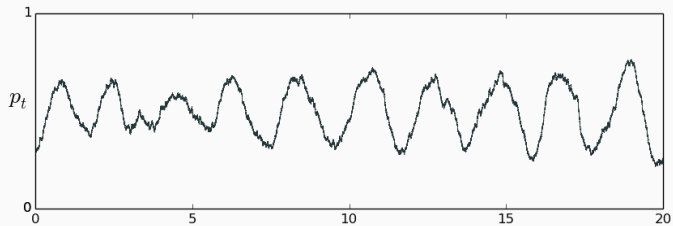
EXEMPLE 2 : RÉSULTATS

Pas de mesure continue, $\gamma = 0\omega$



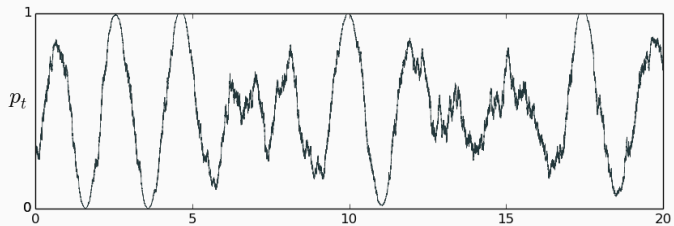
EXEMPLE 2 : RÉSULTATS

Mesure faible, $\gamma = 0.1 \omega$



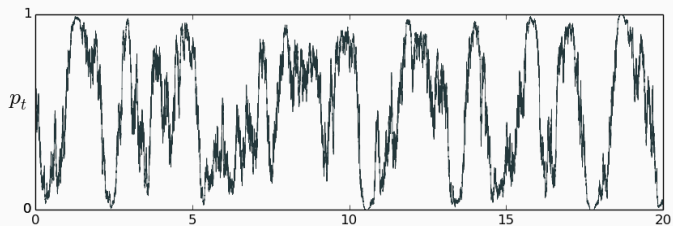
EXEMPLE 2 : RÉSULTATS

Mesure moyenne, $\gamma = \omega$



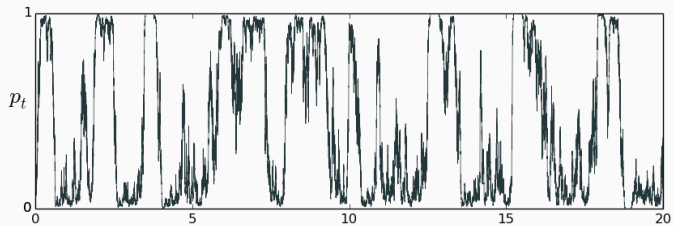
EXEMPLE 2 : RÉSULTATS

Mesure un peu forte, $\gamma = 10\omega$



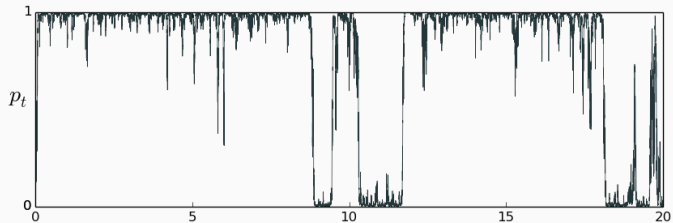
EXEMPLE 2 : RÉSULTATS

Mesure forte, $\gamma = 30\omega$



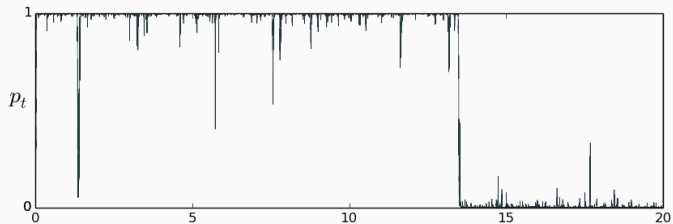
EXEMPLE 2 : RÉSULTATS

Mesure très forte, $\gamma = 100\omega$



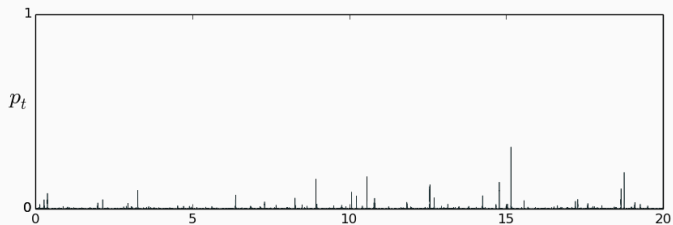
EXEMPLE 2 : RÉSULTATS

Mesure très très forte, $\gamma = 300\omega$



EXEMPLE 2 : RÉSULTATS

Mesure très très très forte, $\gamma = 1000 \omega$



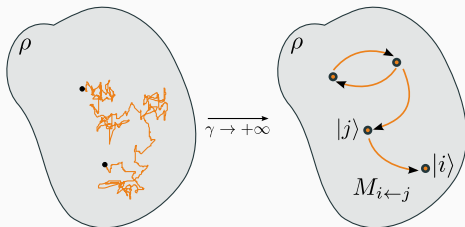
PROPOSITION

Évolution libre markovienne

$$\partial_t \rho_t = \mathcal{L}(\rho_t) - i[H, \rho_t]$$

Mesure continue de \mathcal{O}

$$\mathcal{O} = \sum_k \lambda_k |k\rangle \langle k|$$



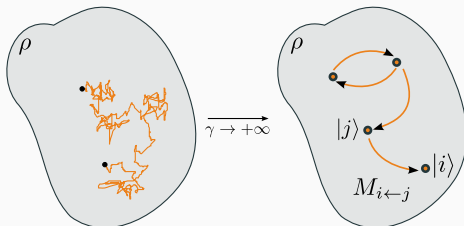
PROPOSITION

Évolution libre markovienne

$$\partial_t \rho_t = \mathcal{L}(\rho_t) - i[H, \rho_t]$$

Mesure continue de \mathcal{O}

$$\mathcal{O} = \sum_k \lambda_k |k\rangle \langle k|$$



Sauts quantiques

ρ converge vers une chaîne de Markov de matrice de transition M

$$M_{i \leftarrow j} = \underbrace{\mathcal{L}_{jj}^{ii}}_{\text{contribution «incohérente»} + \underbrace{\frac{1}{4\gamma} \left| \frac{H_{ij}}{\lambda_i - \lambda_j} \right|^2}_{\text{contribution «cohérente»}}$$

1– Les valeurs propres λ_i de l'opérateur mesuré ont un impact sur la dynamique limite.

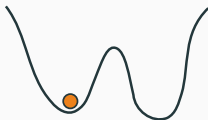
2– Deux types de transitions :

- Transitions cohérentes : **Effet Zénon**
- Transitions incohérentes : **pas d'effet Zénon**

→ application au contrôle

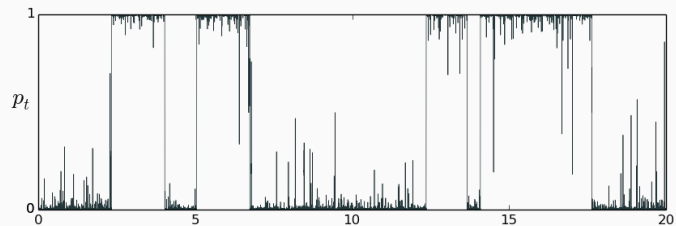
3– Compréhension pratique des sauts quantiques sans préjugé sur la résolution du problème «fort» de la mesure.

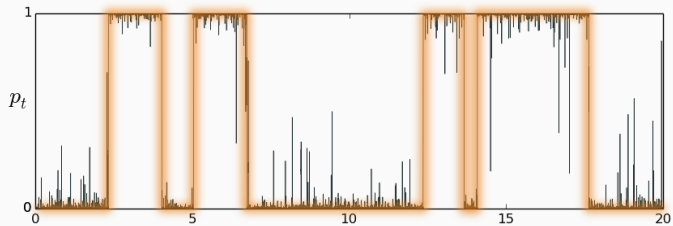
- Calcul perturbatif autour de la solution mesure pure
- Problème de **bruit fort** (\neq point col, Kramers)



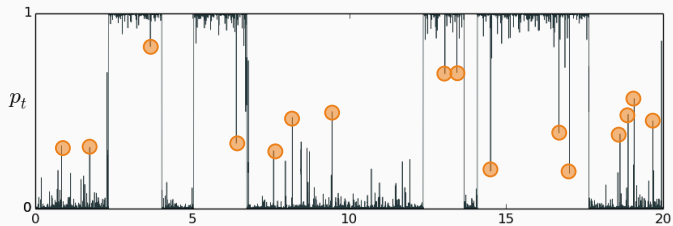
ÉCHARDES QUANTIQUES

RETOUR SUR LES EXEMPLES





Sauts quantiques



Échardes quantiques

- Pas de contradiction avec le résultat sur les sauts. On a bien la convergence en loi vers le processus de Markov :

$$\mathbb{E}[f(\rho_{t_1}, \rho_{t_2}, \dots, \rho_{t_n})] \xrightarrow{\gamma \rightarrow +\infty} \mathbb{E}[f(\rho_{t_1}^M, \rho_{t_2}^M, \dots, \rho_{t_n}^M)]$$

mais pas plus !

- Pas de contradiction avec le résultat sur les sauts. On a bien la convergence en loi vers le processus de Markov :

$$\mathbb{E}[f(\rho_{t_1}, \rho_{t_2}, \dots, \rho_{t_n})] \xrightarrow{\gamma \rightarrow +\infty} \mathbb{E}[f(\rho_{t_1}^M, \rho_{t_2}^M, \dots, \rho_{t_n}^M)]$$

mais pas plus !

- Pas de cas général, seulement deux cas particuliers dont

$$dp_t = \underbrace{\lambda(p_{\text{eq}} - p_t) dt}_{\text{relaxation thermique}} + \underbrace{\sqrt{\gamma} p_t(1 - p_t) dW_t}_{\text{mesure continue}}$$

- Pas de contradiction avec le résultat sur les sauts. On a bien la convergence en loi vers le processus de Markov :

$$\mathbb{E}[f(\rho_{t_1}, \rho_{t_2}, \dots, \rho_{t_n})] \xrightarrow{\gamma \rightarrow +\infty} \mathbb{E}[f(\rho_{t_1}^M, \rho_{t_2}^M, \dots, \rho_{t_n}^M)]$$

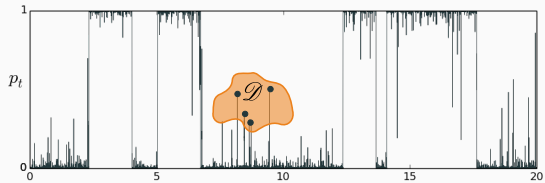
mais pas plus !

- Pas de cas général, seulement deux cas particuliers dont

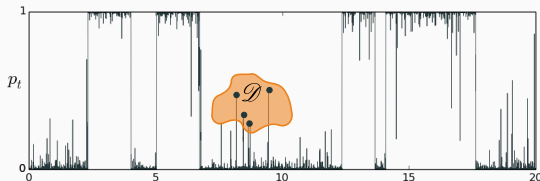
$$dp_t = \underbrace{\lambda(p_{\text{eq}} - p_t) dt}_{\text{relaxation thermique}} + \underbrace{\sqrt{\gamma} p_t(1 - p_t) dW_t}_{\text{mesure continue}}$$



PROPOSITION



PROPOSITION



Statistique des échardes

Le nombre de pics **partant de 0** et finissant dans le domaine \mathcal{D} du plan (t, p) est un processus de Poisson d'intensité μ :

$$\mu = \int_{\mathcal{D}} d\nu \quad \text{avec} \quad d\nu = \frac{\lambda}{p^2} dp dt$$

On a désingularisé le postulat de la mesure et les sauts quantiques.

- ✓ On retrouve approximativement le postulat de la mesure et les sauts quantiques
- ✓ Plus de finesse quantitative (dépendance en λ , Zénon et non Zénon)
- ✓ Plus de finesse qualitative (échardes, statistiques anormales)

APPLICATION À LA GRAVITÉ

QUEL EST LE PROBLÈME ?

Construire une théorie englobant mécanique quantique et gravité est difficile. Il s'agit pour le moment d'un problème ouvert.

Une possibilité d'unification est de «quantifier» la gravité. C'est difficile. Je n'y connais pas grand chose.

QUEL EST LE PROBLÈME ?

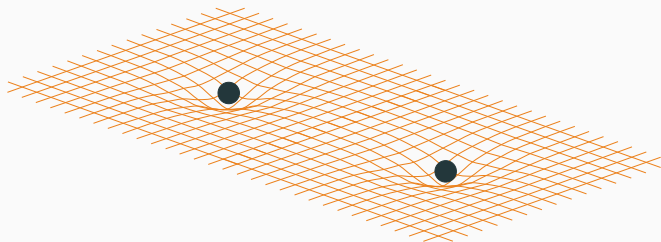
Construire une théorie englobant mécanique quantique et gravité est difficile. Il s'agit pour le moment d'un problème ouvert.

Une possibilité d'unification est de «quantifier» la gravité. C'est difficile. Je n'y connais pas grand chose.

Questions

Est-il nécessaire de quantifier la gravité ?

Peut-on coupler la matière quantique à un espace-temps **fondamentalement** classique ?

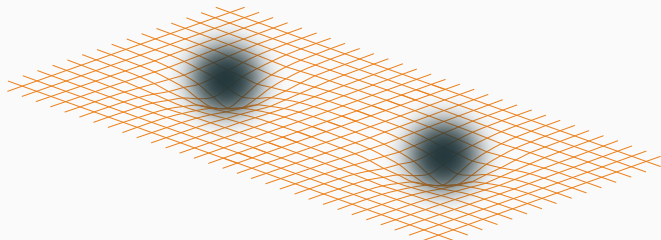


L'**espace-temps** contraint la dynamique de la **matière**.

$$\partial_\mu \longrightarrow D_\mu$$

La **matière** courbe l'**espace-temps**.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \propto T_{\mu\nu}$$



L'**espace-temps** contraint la dynamique de la **matière** quantique ✓

$$\partial_\mu \longrightarrow D_\mu$$

La **matière** quantique courbe l'**espace-temps** ×

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \stackrel{??}{\propto} \hat{T}_{\mu\nu}$$

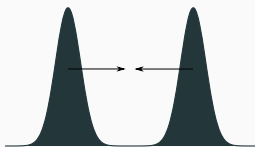
opérateur

Proposition de Møller et Rosenfeld

Transformer l'opérateur en nombre en prenant une valeur moyenne :

$$\hat{T}_{\mu\nu} \longrightarrow \langle \Psi | \hat{T}_{\mu\nu} | \Psi \rangle$$

À la limite newtonienne, pour une unique particule, champ gravitationnel généré par une densité de masse $\propto |\psi(x)|^2$ (équation de Schrödinger-Newton)



C. Møller 1963



L. Rosenfeld 1963

Inéligible au statut de théorie fondamentale

Pseudo-théorème de Gisin

Toute non-linéarité dans l'équation maîtresse permet de transmettre de l'information plus vite que la lumière en utilisant des états EPR.



Nicolas Gisin 1990

Inéligible au statut de théorie fondamentale

Pseudo-théorème de Gisin

Toute non-linéarité dans l'équation maîtresse permet de transmettre de l'information plus vite que la lumière en utilisant des états EPR.



Nicolas Gisin 1990

- Le résultat est valable même si la non-linéarité se «propage» à une vitesse $v \ll c$.

Inéligible au statut de théorie fondamentale

Pseudo-théorème de Gisin

Toute non-linéarité dans l'équation maîtresse permet de transmettre de l'information plus vite que la lumière en utilisant des états EPR.



Nicolas Gisin 1990

- Le résultat est valable même si la non-linéarité se «propage» à une vitesse $v \ll c$.
- Le résultat est valable même si la théorie est stochastique.

Problème

Il faut être capable d'associer une distribution de masse classique tangible à de la matière quantique.

Problème

Il faut être capable d'associer une distribution de masse classique tangible à de la matière quantique.

Pourquoi pas le **signal** correspondant à une mesure continue de la densité de masse ?

La gravité devient **formellement** un problème de feedback quantique.

Modèle de collapse continu (CSL) ou «mesure continue de la densité de masse»

Matrice densité :

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H, \rho] - \underbrace{\frac{\gamma}{4} \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{x} \mathcal{D}[\hat{M}_\sigma(\mathbf{x})](\rho)}_{\text{décohérence}} + \underbrace{\frac{\sqrt{\gamma}}{2} \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{x} \mathcal{H}[\hat{M}_\sigma(\mathbf{x})](\rho) w(\mathbf{x})}_{\text{collapse}}$$

Signal :

$$S_M(\mathbf{x}) = \text{tr}[\hat{M}_\sigma(\mathbf{x})] + \frac{1}{\sqrt{\gamma}} w(\mathbf{x})$$

Modèle de collapse continu (CSL) ou «mesure continue de la densité de masse»

Matrice densité :

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H, \rho] - \underbrace{\frac{\gamma}{4} \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{x} \mathcal{D}[\hat{M}_\sigma(\mathbf{x})](\rho)}_{\text{décohérence}} + \underbrace{\frac{\sqrt{\gamma}}{2} \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{x} \mathcal{H}[\hat{M}_\sigma(\mathbf{x})](\rho) w(\mathbf{x})}_{\text{collapse}}$$

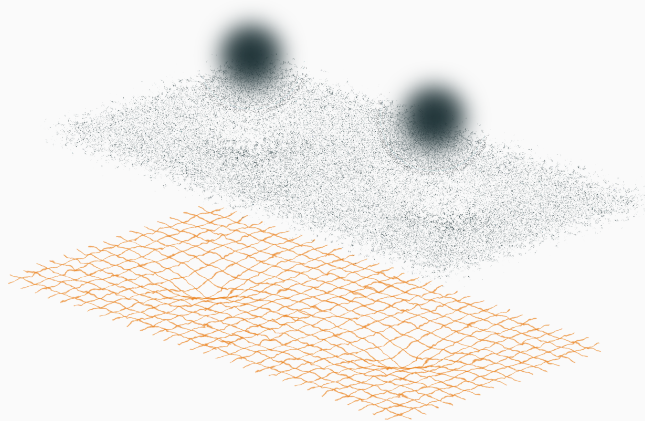
Signal :

$$S_M(\mathbf{x}) = \text{tr}[\hat{M}_\sigma(\mathbf{x})] + \frac{1}{\sqrt{\gamma}} w(\mathbf{x})$$

Secteur gravitationnel :

$$\nabla^2 \varphi = 4\pi G S_M \quad \text{«Le signal source le champ»} - \text{nouveau}$$

$$\hat{V} = \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{x} \varphi(\mathbf{x}) \hat{M}_\sigma(\mathbf{x}) \quad \text{«Le champ modifie la dynamique»} - \text{standard}$$



Équation finale

$$\begin{aligned}
 \frac{d\rho}{dt} = & -i[H, \rho] - \underbrace{\frac{\gamma}{4} \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{x} \mathcal{D}[\hat{M}_\sigma(\mathbf{x})](\rho)}_{\text{décohérence «intrinsèque»}} + \underbrace{\frac{\sqrt{\gamma}}{2} \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{x} \mathcal{H}[\hat{M}_\sigma(\mathbf{x})](\rho) w(\mathbf{x})}_{\text{collapse «intrinsèque»}} \\
 & - i[\hat{V}_p, \rho] + \underbrace{\frac{1}{\gamma} \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{x} \mathcal{D}[\hat{\Phi}(\mathbf{x})](\rho)}_{\text{décohérence «gravitationnelle»}} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{x} \mathcal{H}[i\hat{\Phi}(\mathbf{x})](\rho) w(\mathbf{x})}_{\text{collapse «gravitationnel»}}
 \end{aligned}$$

avec le potentiel de paire standard :

$$\hat{V}_p = -\frac{1}{2} G \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{x} \frac{\hat{M}_\sigma(\mathbf{x}) \hat{M}_\sigma(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}$$

et l'opérateur :

$$\hat{\Phi}(\mathbf{x}) = -G \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{y} \frac{\hat{M}_\sigma(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}$$

RÉSULTATS

- ✓ Pas d'auto-interaction pour une particule unique
- ✓ Potentiel de paire effectif classique
- ✓ Décohérence additionnelle d'origine gravitationnelle
- ✓ Règle de Born valide
- ✓ Pas de transmission d'information plus vite que la lumière
- ✓ Entièrement explicite à la limite newtonnienne
- ✓ Rend les modèles de collapse falsifiables
- × Extension relativiste difficile
- × Extension à la théorie quantique des champs difficile
- × Le rôle des régulateurs n'est pas évident

CONCLUSION

La théorie de la mesure continue possède un large champ d'applications

Pratique : application directe aux expériences

[intérêt historique, contrôle quantique]

Semi-fondamentale : meilleure compréhension de la mesure

[sauts quantiques, échardes]

Fondamentale : construction de nouvelles théories ou objets

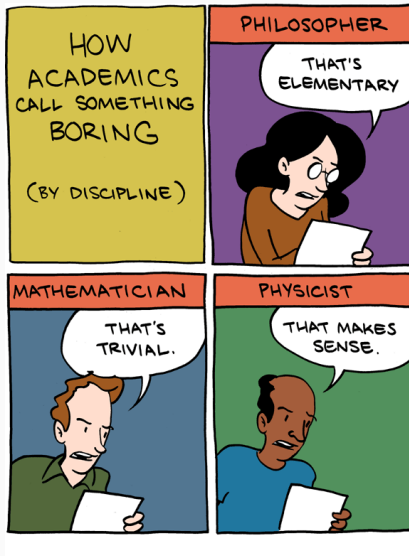
[gravité, couplage semi-classique général, marches quantiques ouvertes]

Sur la technique

- Extension des résultats aux interactions répétées
- Extension au régime non Markovien
- Extension aux systèmes étendus
- Extension à l'estimation a posteriori
- Explorer la thermodynamique stochastique

Sur l'application à la gravité

- Construire un modèle de collapse relativiste gérable
- Étudier des modèles non newtoniens simples (cosmologiques ?)
- Appliquer le modèle existant aux différentes expériences planifiées



SLIDES BONUS

INTUITION SUR LES SPIKES

Avec une redéfinition locale du temps, la trajectoire quantique devient un **mouvement Brownien réfléchi** : $t \rightarrow \tau$ avec $d\tau = (dp_t)^2$

